Sistemas & Gestão 2 (3) 248-257
Programa de Pós-graduação em Sistemas de Gestão, TEP/TCE/CTC/PROPP/UFF

Modelos DEA com variáveis não controláveis na avaliação de veículos do segmento B

Fernanda Rodrigues dos Santos[1], fernanda.rsantos@yahoo.com.br

Lidia Angulo Meza[2], lidia@metal.eeimvr.uff.br

[1] Universidade Federal Fluminense, Graduação em Eng. de Produção, Volta Redonda, RJ, Brasil

[2] Universidade Federal Fluminense, Dep. de Ciência dos Materiais, Volta Redonda, RJ, Brasil

*Recebido: Novembro, 2007 / Aceito: Dezembro, 2007

RESUMO

A modelagem DEA – do inglês Data Envelopment Analysis - foi desenvolvida para determinar a eficiência de unidades produtivas (Decision Making Units - DMUs), onde não seja relevante ou não se deseja considerar somente o aspecto financeiro. Um dos resultados dos modelos DEA para as DMUs classificadas como ineficientes são os alvos para as variáveis, isto é, os novos níveis de consumo de recursos e de produção que devem ser atingidos para elas se tornarem eficientes. Isso nem sempre é possível de ser aplicado em casos reais. O presente trabalho tem como objetivo fazer a análise em um caso real em que existam variáveis não controláveis dentro do processo, isto é, em casos em que os alvos para essas variáveis sejam inviáveis. Embora esta seja uma situação comum, este tem sido um problema pouco abordado em DEA. Em uma primeira etapa foi feito um levantamento bibliográfico das diversas abordagens para resolver este problema e, em uma segunda etapa, um caso real foi usado para verificar a eficiência destas abordagens estudadas, em que foi feita uma análise de comparação entre os veículos Hatches Compactos de diferentes montadoras, considerados do segmento B automotivo, e ao final mostrar o(s) melhor(es) veículo(s) em relação aos demais, a partir de cada modelo matemático.

Palavras-chave: Análise Envoltória de Dados, Variáveis não controláveis, Avaliação de eficiência.

1. INTRODUÇÃO

A Análise Envoltória de Dados (Data Envelopment Analysis – DEA) é uma metodologia que permite a avaliação de eficiência de unidades produtivas a partir da análise de comparação dessas unidades que utilizam múltiplos recursos (inputs) e produzem múltiplos produtos (outputs). DEA fornece índices de eficiência para as unidades, assim como também alvos para o consumo dos inputs e para a produção dos outputs. Ao se determinar alvos para as variáveis supõe-se que o decisor ou decisores tem controle sobre as variáveis. No entanto, em alguns casos reais temos variáveis não controláveis na análise, isto é, não podem sofrer variação no seu nível atual, sendo casos em que os alvos para essas variáveis são considerados inviáveis. Entretanto tais variáveis não podem ser descartadas da análise.

Por outro lado, existem poucos trabalhos que propõem modelos DEA com variáveis não controláveis, e dada a aplicabilidade destes modelos, este trabalho reúne diferentes abordagens existentes sobre o tema e um estudo de caso que inclui variáveis não controláveis que é utilizado para comparação. Este trabalho foi dividido de forma a apresentar uma breve explicação de DEA e dos modelos usados para desenvolvimento do mesmo, o que é feito na seção 2. Posteriormente, na seção 3, são analisados os modelos de variáveis não controláveis existentes e o estudo de caso proposto, sobre a análise de comparação dos veículos Hatches Compactos do segmento B automotivo encontra-se na seção 4.. Os resultados são apresentados na seção 5 e finalmente, na seção 6 são apresentados comentários finais e direções futuras deste trabalho.

2. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)

A Análise Envoltória de Dados (Data Envelopment Analysis – DEA) é uma metodologia que usa programação linear para avaliação de eficiências comparativas de Unidades de Tomada de Decisão (Decision Making Unit – DMU). A eficiência relativa de uma DMU é definida como a razão entre a soma ponderada de produtos (outputs) e a soma ponderada dos recursos necessários para gerá-los (inputs). Os pesos usados nas ponderações são obtidos de um programa de programação fracionária que atribui a cada DMU os pesos que maximizam a sua eficiência. Seu uso é de particular interesse quando se deseja determinar a eficiência de unidades produtivas onde não seja relevante ou não se deseja considerar somente o aspecto financeiro, como é o caso de interesse nesse trabalho.

Em DEA existem dois modelos que são considerados clássicos, o CCR (Charnes, Cooper e Rhodes) e o BCC (Banker, Charnes e Cooper). O modelo CCR, apresentado originalmente por Charnes et al. (1978), constrói uma superfície linear por partes, não paramétrica, envolvendo os dados e trabalha com retornos constantes de escala, isto é, qualquer variação nas entradas (inputs) produz variação proporcional nas saídas (outputs). Esse modelo é igualmente conhecido como modelo CRS – Constant Returns to Scale. O modelo BCC, devido a Banker et al. (1984), considera retornos variáveis de escala, isto é, substitui o axioma da proporcionalidade entre inputs e outputs pelo axioma da convexidade. Por isso, esse modelo também é conhecido como VRS – Variable Returns to Scale.

Os modelos de DEA são orientados segundo o fim a que se destinam: quando se deseja manter as saídas constantes, enquanto variam-se os dados de entrada, tem-se o modelo com orientação input; no caso contrário, quando se deseja manter as entradas constantes ao se variar as saídas, tem-se o modelo com orientação output.

A seguir são apresentados os modelos dos multiplicadores e envelope, primal e dual respectivamente, dos modelos CCR (1a e 1b) e BCC (2a e 2b) com orientação a input.

$$
\begin{aligned}
& Max\ Eff_o = \sum_{j=1}^{s} u_j y_{jo} \\
& sujeito\ a \\
& \sum_{i=1}^{r} v_i x_{io} = 1 \\
& \sum_{j=1}^{s} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{r} v_i x_{ik} \le 0, \forall k \\
& v_i, u_j \ge 0, \forall i, j
\end{aligned}
$$

(1a)

$$
\begin{aligned}
& Min\ h_o \\
& sujeito\ a: \\
& h_o x_{jo} - \sum_{k=1}^{n} x_{ik} \lambda_k \ge 0, \forall i \\
& -y_{jo} + \sum_{k=1}^{n} y_{jk} \lambda_k \ge 0, \forall j \\
& \lambda_k \ge 0, \forall k
\end{aligned}
$$

(1b)

$$
\begin{aligned}
& Max\ Eff_o = \sum_{j=1}^{s} u_j y_{jo} + u_* \\
& sujeito\ a: \\
& \sum_{i=1}^{r} v_i x_{io} = 1 \\
& -\sum_{i=1}^{r} v_i x_{ik} + \sum_{j=1}^{s} u_j y_{jk} + u_* \le 0, \forall k \\
& v_i, u_j \ge 0, u_* \in \Re
\end{aligned}
$$

(2a)

$$
\begin{aligned}
& Min\ h_o \\
& sujeito\ a: \\
& h_o x_{io} - \sum_{k=1}^{n} x_{ik} \lambda_k \ge 0, \forall i \\
& -y_{jo} + \sum_{k=1}^{n} y_{jk} \lambda_k \ge 0, \forall j \\
& \sum_{k=1}^{n} \lambda_k = 1 \\
& \lambda_k \ge 0, \forall k
\end{aligned}
$$

(2b)

Como pode ser observado, nos modelos do envelope determinam-se alvos para as DMUs, isto é, determinam-se metas para todas as variáveis que devem ser atingidas para as DMUs classificadas como ineficientes se tornarem eficientes. Mas em certos casos isso nem sempre é possível, devido a existência de variáveis não controláveis na análise, isto é, o decisor ou decisores não tem controle sobre o nível da variável. Estes casos são analisados na seção 3, em que serão abordados modelos DEA com variáveis não-controláveis.

3. MODELOS DEA COM VARIÁVEIS NÃO-CONTROLÁVEIS

Tal como já foi mencionado, o estudo das variáveis não controláveis nos permite analisar casos em que algumas variáveis não podem ser tratadas de forma clássica. Um exemplo desta situação é o caso de servidores públicos que, se fizermos um estudo de minimização de custos em empresas estatais, uma das variáveis não controláveis será o número de servidores, que não poderá ser reduzido. Assim também ocorre no caso de investimentos financeiros em determinado empreendimento, onde o capital empregado, normalmente, não pode ser aumentado.

Um outro exemplo, apresentado em Cooper et al (2000) é o estudo de caso de comparação das escolas do Texas. Variáveis como número de alunos, desigualdade social e baixo rendimento em Inglês podem ter níveis diferentes dependendo da região a ser analisada. Uma determinada região pode apresentar um número muito maior de alunos matriculados do que outra, dependendo, por exemplo, se a região é rural ou não. Da mesma forma pode apresentar um percentual de desigualdade social muito superior.

Estas variáveis são consideradas não controláveis, pois não pode se diminuir o percentual de desigualdade social em uma dada região instantaneamente. Tal resultado pode levar anos para ser obtido. Entretanto tais variáveis, mesmo apresentando muitas disparidades, não podem ser descartadas da análise, pois são muito importantes para realização do estudo em questão.

Por outro lado, nos modelos clássicos DEA assume-se que todos os inputs (ou outputs) podem sofrer redução ou expansão radial, ou seja, o administrador poderá alterar a quantidade dos inputs (ou outputs) a qualquer momento. Mas no caso das variáveis não-controláveis isto não é possível. Desta forma, vários pesquisadores propuseram modelos para lidar com este tipo de variáveis, os que serão apresentados a seguir.

3.1. MODELO DE BANKER E MOREY

Um dos primeiros modelos para lidar com variáveis não controláveis foi proposto por Banker e Morey (1986). Neste modelos os pesquisadores estabelecem uma redução radial dos inputs apenas para as *inputs* em que o administrador possui controle. Neste caso os *inputs* foram divididos em dois conjuntos: os controláveis e os não controláveis, denominados por XC e XNC respectivamente.

Assim, pode-se então reescrever o modelo BCC (VRS) com orientação a input e output, apresentados em (3a) e (3b), respectivamente.

Em ambas as orientações, descritas acima, o parâmetro h_o está relacionado apenas às variáveis (*inputs* ou *outputs*) consideradas controláveis, apresentando redução radial de *inputs* ou *outputs* respectivamente. Desta forma, se em um problema tem-se como variáveis dois *inputs*, mão-de-obra como controlável e capital de investimento como não-controlável, a programação linear envolvida apresenta uma redução radial apenas no *input* mão-de-obra. Isto reduzirá a quantidade de mão-de-obra usada, enquanto manterá a quantia empregada.

$$
\begin{aligned}
&\text{Min } h_o \\
&\text{Sujeito a} \\
&-y_{jo} + \sum_{k=1}^{n} y_{jk}\lambda_k \geq 0, \forall j \\
&h_o x_{io}{}^{C} - \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{C}\lambda_k \geq 0, \forall i \\
&x_{io}{}^{NC} - \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{NC}\lambda_k \geq 0, \forall i \\
&\sum_{k=1}^{n} \lambda_k = 1 \\
&\lambda_k \geq 0, \forall k
\end{aligned}
\qquad (3a)
$$

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } h_o \\
&\text{Sujeito a} \\
&-h_o y_{jo}{}^{C} + \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{C}\lambda_k \geq 0, \forall j \\
&-y_{jo}{}^{NC} + \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{NC}\lambda_k \geq 0, \forall j \\
&x_{io} - \sum_{k=1}^{n} x_{ik}\lambda_k \geq 0, \forall i \\
&\sum_{k=1}^{n} \lambda_k = 1 \\
&\lambda_k \geq 0, \forall k
\end{aligned}
\qquad (3b)
$$

3.2. MODELO NÃO ARQUIMEDIANO DE BANKER E MOREY (1986)

Um segundo modelo, proposto também por Banker e Morey (1986), representa uma adaptação do modelo não arquimediano (Ali e Seiford, 1993). A principal característica deste modelo é que inclui as folgas das variáveis na função objetivo. Desta forma, somente as DMUs pareto eficientes são identificadas como ineficientes. Este modelo que chamaremos de modelo não arquimediano de Banker e Morey é apresentado em (4a) e que pode ser facilmente adaptado para a orientação output tal como apresentado em (4b).

Nestes modelos, todas as variáveis, exceto θ, são restritas a não negatividade, e os símbolos C e NC representam as variáveis controláveis e não-controláveis respectivamente. Tal como já foi notado, ao compararmos este modelo com os modelos (3a) e (3b), as restrições de desigualdade foram convertidas em igualdades pela introdução de folgas e estas folgas foram inclusas na função objetivo.

$$
\begin{aligned}
&Min\ h_o - \varepsilon\left(\sum_{i \in C} s_i^{-} + \sum_{r=1}^{s} s_r^{+}\right) \\
&sujeito\ a: \\
&h_o x_{io} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + s_i^{-}, i \in C \\
&x_{io} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + s_i^{-}, i \in NC \\
&y_{ro} = \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - s_r^{+}, r = 1,...,s.
\end{aligned}
\qquad (4a)
$$

$$
\begin{aligned}
&Max\ h_o - \varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m} s_i^{-} + \sum_{r \in C} s_r^{+}\right) \\
&sujeito\ a: \\
&x_{io} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + s_i^{-}, i = 1,...,m. \\
&h_o y_{ro} = \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - s_r^{+}, r \in C \\
&y_{ro} = \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - s_r^{+}, r \in NC
\end{aligned}
\qquad (4b)
$$

3.3. MODELO DE CHARNES ET AL (1987)

Baseados no modelo aditivo, Charnes et al (1987), propuseram o modelo apresentado em (5). Cabe lembrar que, o modelo aditivo não faz distinção sobre qual a orientação do problema, pois soma as folgas de cada variável, input e output. Assim, este modelo combina inputs e outputs em um único modelo, ocasionando redução máxima de inputs e aumento máximo de outputs através da maximização das folgas.

Porém, a diferença dos modelos apresentados anteriormente, e a imagem do modelo aditivo, este modelo serve apenas para calcular os alvos, visto que na função objetivo não temos a variável da eficiência, e sim as folgas, e, portanto, não fornece um índice de eficiência para as DMUs.

$$
\begin{aligned}
& Max \sum_{i=1}^{m} s_i^- + \sum_{r=1}^{s} s_r^+ \\
& sujeito\ a: \\
& \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + s_i^- = x_{io}, i = 1,...,m \\
& \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j + s_r^+ = y_{ro}, r = 1,...,s \\
& s_i^- \leq \beta_i x_{io}, i = 1,...,m \\
& s_r^+ \leq \gamma_r y_{ro}, r = 1,...,s
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Neste modelo, β_r e γ_r representam parâmetros, pré-determinados, e todas as variáveis são restritas à condição de não-negatividade. Tais parâmetros podem receber valores de 0 a 1, de acordo com o grau de controle do input i ou do output r. Com $\beta_i = 0$, tem-se que o input é completamente não- controlável e com $\beta_i = 1$ o input é totalmente controlável.

O mesmo ocorre com o conjunto dos *outputs*, onde $\gamma_r = 0$ implica em *output* não-controlável e $\gamma_r \to \infty$ implica em variável com total controle.

Devido ao uso de parâmetros, tal modelo apresenta dificuldades de ser aplicado. Exemplos a respeito deste modelo podem ser encontrados em Cooper e Seiford (2000).

3.4. MODELO DE COOPER E SEIFORD (2000)

Os modelos propostos por Cooper e Seiford (2000) são apresentados em (6a) para orientação *input*, e (6b) para a orientação *output*.

$$
\begin{aligned}
&Min\ h_o \\
&sujeito\ a \\
&h_o x_{io}{}^{C} \geq \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{C} \lambda_k, \forall i \\
&y_{jo}{}^{C} \leq \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{C} \lambda_k, \forall j \\
&x_{io}{}^{NC} = \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{NC} \lambda_k, \forall i \\
&y_{jo}{}^{NC} = \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{NC} \lambda_k, \forall j \\
&L \leq \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \leq U \\
&\lambda_k \geq 0, \forall k
\end{aligned}
\qquad (6a)
$$

$$
\begin{aligned}
&Max\ h_o \\
&sujeito\ a: \\
&x_{io}{}^{C} \geq \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{C} \lambda_k, \forall i \\
&h_o y_{jo}{}^{C} \leq \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{C} \lambda_k, \forall j \\
&x_{io}{}^{NC} = \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{NC} \lambda_k, \forall i \\
&y_{jo}{}^{NC} = \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{NC} \lambda_k, \forall j \\
&L \leq \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \leq U \\
&\lambda_k \geq 0, \forall k
\end{aligned}
\qquad (6b)
$$

Estes modelos têm um enfoque similar aos anteriores no sentido que faz-se uma distinção entre o conjunto de variáveis controláveis e as não controláveis, *C* e *NC*. A diferença está nas restrições das variáveis não controláveis, em que é forçada uma igualdade, isto significa que a combinação linear encontrada para as variáveis não controláveis deve ser exatamente igual ao valor atual da variável. A penúltima restrição do modelo implica em um limite inferior L (lower) e um superior U (upper) ao somatório da contribuição da DMU_k na formação do alvo da DMU_o $\left(\sum_{k=1}^{n} \lambda_k\right)$. Tais limites (retornos variáveis) precisam ser determinados previamente, antes da aplicação prática do modelo.

3.5. EXTENSÃO DO MODELO DE COOPER E SEIFORD (2000)

Existe uma extensão para o modelo de Cooper e Seiford (2000) (6a e 6b), ao qual podem ser introduzidas restrições que aumentam ou diminuem o limite de ação de uma determinada variável. Por exemplo, quando queremos medir a eficiência de Estádios de Baseball, tomamos como variável o número de espectadores. Neste caso, tal variável não pode exceder a capacidade máxima do Estádio para cada DMU. Neste caso, a capacidade máxima deve ser considerada como um limite superior para o número de espectadores. Pode-se dizer que esta variável é semi-controlável.

Assim algumas restrições do modelo anterior (6a e 6b) podem, e devem ser, substituídas por outras, tal como apresentadas em (7) e (8).

$$x_{io}{}^{NC} = \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{NC} \lambda_k, \forall i \qquad \Rightarrow \qquad l_o{}^{NC} \le \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{NC} \lambda_k \le u_o{}^{NC}, \forall i \qquad (7)$$

$$y_{jo}{}^{NC} = \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{NC} \lambda_k, \forall j \qquad \Rightarrow \qquad l_o{}^{NC} \le \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{NC} \lambda_k \le u_o{}^{NC}, \forall j \qquad (8)$$

Estas inequações $\left(l_o{}^{NC}, u_o{}^{NC}\right)$ são os vetores dos limites inferior e superior dos *inputs* e *outputs* das variáveis não-controláveis da DMU_o. Desta forma, os modelos finais, com orientação a *input* e *output* são apresentados em (9a) e (9b), respectivamente.

$$\begin{array}{ll}
Min\ h_o & Max\ h_o \\
sujeito\ \text{a}: & sujeito\ a: \\
h_o x_{io}{}^{C} \ge \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{C} \lambda_k, \forall i & x_{io}{}^{C} \ge \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{C} \lambda_k, \forall i \\
y_{jo}{}^{C} \le \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{C} \lambda_k, \forall j & h_o y_{jo}{}^{C} \le \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{C} \lambda_k, \forall j \\
l_o{}^{NC} \le \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{NC} \lambda_k \le u_o{}^{NC}, \forall i & l_o{}^{NC} \le \sum_{k=1}^{n} x_{ik}{}^{NC} \lambda_k \le u_o{}^{NC}, \forall i \\
l_o{}^{NC} \le \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{NC} \lambda_k \le u_o{}^{NC}, \forall j & l_o{}^{NC} \le \sum_{k=1}^{n} y_{jk}{}^{NC} \lambda_k \le u_o{}^{NC}, \forall j \\
L \le \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \le U & L \le \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \le U \\
\lambda_k \ge 0, \forall k & \lambda_k \ge 0, \forall k \\
\text{(9a)} & \text{(9b)}
\end{array}$$

4. ESTUDO DE CASO

Como uma forma de analisar os modelos apresentados anteriormente, foram avaliados os veículos Hatches Compactos de diferentes montadoras, restringindo a análise ao segmento B automotivo. Os dados foram extraídos da revista Quatro Rodas (Dez 2006). É válido ressaltar que os dados referentes aos veículos e montadoras automobilísticas são públicos.

Como dados disponíveis têm-se os preços de tabela e real, desvalorização média do veículo no primeiro ano, que foram considerados como inputs. Como outputs tem-se ar condicionado, direção hidráulica ou elétrica, vidros e travas elétricas, roda de liga leve, sistema de freios ABS e Air bag. Dado que o objetivo do estudo é a avaliação dos veículos a partir da percepção do cliente a variável preço de tabela não foi utilizada. Além disso, foi inclusa a variável Motorização, devido à necessidade de comparação de veículos de diferentes potências automotivas. Cabe ressaltar que a montadora PSA Peugeot Citroën substituiu todos os motores 1.0 por 1.4 sem afetar o valor final do veículo, podendo assim comparar os veículos 1.0 com 1.4.

O modelo DEA usado foi o modelo BCC (Banker et al, 1984), que considera retornos variáveis de escala. A orientação a input foi designada para o modelo, pois a análise é feita a partir da percepção (ponto de vista) do cliente, que deseja pagar um menor valor possível e obter uma menor desvalorização do veículo, entretanto, obtendo o máximo possível de atributos veiculares (componentes).

Para realizar o estudo foram atribuídos valores aos dados das variáveis consideradas outputs na análise, ou seja, as variáveis dos atributos veiculares. A conversão destes dados poderia ser feita através do Método MACBETH, que transforma variáveis qualitativas em quantitativas. Porém tal método incorpora subjetividade à análise, ficando esta atrelada a um decisor (Soares de Mello et al, 2003). Portanto, foi realizada a atribuição de valores ordinais para os dados qualitativos, de forma a se considerar a não proporcionalidade entre os dados, sendo que 0 indica que o item não está disponível, 1, que é opcional, e 2, que trata-se de um item de série. Esta conversão nos dados faz que o uso do modelo BCC seja necessário, pois não considera proporcionalidade nos dados.

A atribuição dos valores acima significa que a diferença entre o item ser um componente de fábrica e o item ser opcional é a mesma que entre o item ser opcional e o item não estar disponível. A tabela 1 apresenta os dados extraídos da revista, em que o input 1 é o Preço real; o input 2, o Percentual de desvalorização no 1º ano; output 1, Motorização (O1); output 2, Ar Condicionado (O2); output 3, Direção H/E (O3); output 4, Vidros Elétricos (O4); output 5, Trava Elétrica (O5); output 6, Roda liga leve (O6); output 7, Freios ABS (O7); output 8, Airbag (O8).

5. RESULTADOS

Inicialmente foi utilizado o modelo BCC com orientação a input, para possibilitar a comparação com os modelos de variáveis não controláveis. Para isso foi utilizado o software SIAD (Angulo-Meza et al, 2005). A seguir, foram aplicados os modelos apresentados na seção 3, onde foi possível determinar a eficiência relativa das DMUs correspondentes a cada modelo, com exceção do modelo (5), o modelo adaptado do modelo aditivo que não permite o cálculo da eficiência. Também foram calculados os alvos ou metas obtidos usando esses modelos.

Foi necessário o uso de modelos DEA com variáveis não controláveis devido ao input 2, desvalorização no primeiro ano, já que esta é uma característica não passível de alteração, e portanto, os alvos a serem atingidos por esta variável não fazem sentido. Desta forma, não podem ser utilizados os modelos DEA clássicos.

Nas tabelas 2 e 3 é apresentada uma síntese dos resultados obtidos. De acordo com estes s resultados pode-se fazer a análise a partir de dois diferentes aspectos. O primeiro é o ponto de vista do modelo matemático, em que pode-se comparar cada modelo estudado de acordo com os resultados. Uma segunda forma de comparação pode ser realizada a partir do estudo de caso, verificando a coerência entre os resultados dos veículos e as variáveis da análise.

Numa análise inicial, pode-se perceber que os veículos representados pelas DMUs A, B, D, F, G, I, J, K, L, M, O e Q são eficientes em todos os modelos, com exceção das DMUs D e Q que não são consideradas eficientes pelo de Cooper e Seiford (2000), o que se deve provavelmente a estrutura diferenciada do modelo em que foram incluídas restrições de igualdade.

Ao se aplicar o modelo BCC, os percentuais de eficiência foram mais altos que nos demais modelos, devido este não levar em consideração as variáveis não controláveis. A medida que foram introduzidas variáveis não controláveis na análise, a eficiência tende a diminuir, pois no modelo matemático ho passa a multiplicar menos variáveis, para este estudo de caso apenas uma. Este é um fato conhecido em DEA, em que a eficiência média cresce à medida que se aumenta o número de variáveis na análise.

Tabela 1 – Dados dos veículos hatches compactos do segmento B automotivo.

DMU	***Veículo***	***Input 1***	***Input 2***	***O1***	***O2***	***O3***	***O4***	***O5***	***O6***	***O7***	***O8***
A	Fiat Uno Mille Fire Flex 5P	23.380,00	5,75	1.0	1	0	1	1	0	0	0
B	Ford Ka GL Class 1.0	24.000,00	7,32	1.0	1	2	1	1	0	0	0
C	Volkswagen Gol City 1.0 Total Flex 5P	26.490,00	6,09	1.0	1	1	1	1	0	0	0
D	Fiat Palio Fire 1.0 Flex 5P	26.140,00	5,88	1.0	1	1	1	1	0	0	0
E	Chevrolet Celta Spirit 1.0 Flex 5P	27.490,00	5,86	1.0	1	0	0	0	0	0	0
F	Citroën C3 GLX 1.4 8V Flex 5P	39.000,00	7,32	1.4	1	2	1	1	1	0	1
G	Renault Clio Authentique Plus 1.0 5P	27.900,00	7,27	1.0	1	1	1	1	0	0	1
H	Chevrolet Corsa Joy Hatch 1.0 Flex	27.600,00	6,03	1.0	0	0	0	0	0	0	0
I	Chevrolet Corsa Maxx Hatch 1.0 Flex	30.500,00	6,92	1.0	1	2	0	0	0	0	1
J	Volkswagen Gol Plus 1.0 Total Flex 5P	30.460,00	6,25	1.0	1	2	1	1	1	0	0
K	Fiat Palio ELX 1.0 Flex 5P	28.500,00	5,92	1.0	1	1	1	1	1	1	1
L	Peugeot 206 Presence 1.4 Flex 5P	39.150,00	6,34	1.4	2	2	2	2	1	2	1
M	Peugeot 206 Sensation 1.4 Flex 5P	29.440,00	6,34	1.4	1	1	1	1	0	0	0
N	Volkswagen Fox Plus 1.0 Total Flex 5P	33.970,00	6,73	1.0	1	1	1	1	1	1	0
O	Volkswagen Fox City 1.0 Total Flex 5P	30.600,00	6,83	1.0	1	2	1	1	1	1	0
P	Ford Fiesta Hatch 1.0 Flex	26.600,00	6,98	1.0	1	1	1	1	0	0	0
Q	Chevrolet Celta Life 1.0 Flex 5P	25.490,00	5,35	1.0	1	1	0	0	0	0	0

Com relação aos alvos, os obtidos para o modelo BCC foram relativos ao input 1 e input 2, preço real e percentual de desvalorização respectivamente, visto que não há variáveis não controláveis na análise. Já para os demais modelos foi calculado apenas o alvo do input 1, pois é a única variável controlável (que pode sofrer alteração em seu nível) com orientação a input.

Já o Primeiro modelo (3a) e o não arquimediano (4a) para as variáveis não controláveis apresentaram, para esta aplicação, os mesmos índices de eficiência. Os alvos encontrados também foram os mesmos nos dois modelos. Os resultados foram iguais devido a não haver evidencia da existência de DMUs Pareto ineficientes, ou seja, que sejam identificadas como 100% eficientes mas que apresentem folga em alguma variável.

Comparando o modelo apresentado em (5) com (6a) pode-se verificar que ambos apresentam os mesmos alvos para a variável preço, neste estudo de caso. Tal resultado empírico mostra que, dado que os alvos fornecidos foram os mesmos, é mais favorável utilizar o modelo (6a), pois este além dos alvos também fornece as eficiências, que na maioria dos casos é o resultado mais desejado. Além disso, o modelo (6a) apresentou também valores mais elevados de eficiência que o BCC, ou seja, os alvos estão sendo projetados em outro local da fronteira de eficiência.

O modelo aditivo para variáveis não controláveis (5) por se comportar da mesma forma que o modelo (6a) também projeta alvos em outro local da fronteira. Esta projeção pode se dar pela única diferença estrutural destes modelos com relação aos demais aqui apresentados, a igualdade das equações (10) e (11) para o modelo aditivo (5) para variáveis não controláveis e (12) e (13) para o modelo (6a).

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + s_i^- = x_{io}, i = 1,...,m \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j + s_r^+ = y_{ro}, r = 1,...,s \tag{11}$$

$$x_{io}^{NC} = \sum_{k=1}^{n} x_{ik}^{NC}\lambda_k, \forall i \tag{12}$$

$$y_{jo}^{NC} = \sum_{k=1}^{n} y_{jk}^{NC}\lambda_k, \forall j \tag{13}$$

Tabela 2 - Resultados dos modelos DEA para variáveis não controláveis (Parte 1).

DMU	Modelo BCC			Primeiro Modelo		Modelo Não Arquimediano	
	Eff	*Alvos Input 1*	*Alvos Input 2*	*Eff*	*Alvos Input 1*	*Eff*	*Alvos Input 1*
A	1,0000	R$ 23.380,00	5,75	1,0000	R$ 23.380,00	1,0000	R$ 23.380,00
B	1,0000	R$ 24.000,00	7,32	1,0000	R$ 24.000,00	1,0000	R$ 24.000,00
C	0,9770	R$ 25.879,52	5,95	0,9571	R$ 25.354,48	0,9571	R$ 25.354,48
D	1,0000	R$ 26.140,00	5,88	1,0000	R$ 26.140,00	1,0000	R$ 26.140,00
E	0,9197	R$ 25.282,27	5,39	0,8505	R$ 23.380,00	0,8505	R$ 23.380,00
F	1,0000	R$ 39.000,00	7,32	1,0000	R$ 39.000,00	1,0000	R$ 39.000,00
G	1,0000	R$ 27.900,00	7,27	1,0000	R$ 27.900,00	1,0000	R$ 27.900,00
H	0,9041	R$ 24.953,28	5,45	0,8471	R$ 23.380,00	0,8471	R$ 23.380,00
I	1,0000	R$ 30.500,00	6,92	1,0000	R$ 30.500,00	1,0000	R$ 30.500,00
J	1,0000	R$ 30.460,00	6,25	1,0000	R$ 30.460,00	1,0000	R$ 30.460,00
K	1,0000	R$ 28.500,00	5,92	1,0000	R$ 28.500,00	1,0000	R$ 28.500,00
L	1,0000	R$ 39.150,00	6,34	1,0000	R$ 39.150,00	1,0000	R$ 39.150,00
M	1,0000	R$ 29.440,00	6,34	1,0000	R$ 29.440,00	1,0000	R$ 29.440,00
N	0,8796	R$ 28.500,00	5,92	0,8390	R$ 28.500,00	0,8390	R$ 28.500,00
O	1,0000	R$ 30.600,00	6,83	1,0000	R$ 30.600,00	1,0000	R$ 30.600,00
P	0,9132	R$ 24.291,42	6,37	0,8906	R$ 23.690,00	0,8906	R$ 23.690,00
Q	1,0000	R$ 25.490,00	5,35	1,0000	R$ 25.490,00	1,0000	R$ 25.490,00

Os valores calculados para a Extensão do Modelo de Cooper e Seiford (2000) apresentou um maior número de DMUs ineficientes, sendo D e Q consideradas ineficientes apenas neste modelo. Isto pode ser explicado devido o modelo não permitir a existência de DMUs pareto ineficientes e as dispõe na forma de DMUs ineficientes, e de obter uma projeção diferente do modelo BCC.

Cabe destacar também, que a igualdade dos resultados nos dois modelos mencionados devem-se ao fato de não apresentar-se DMUs Pareto ineficientes, em que existem folgas. Nesse caso, acredita-se que a existência de folgas faria com que os resultados de ambos os modelos fossem diferentes.

Analisando a variável do Preço Real (input 1) pode-se observar que os veículos considerados eficientes possuem preços baixos e elevados, dependendo dos atributos que são oferecidos em cada um. Por exemplo, o Fiat Uno Mille Fire (DMU A) é considerado eficiente com preço de R$23.380,00, mas com apenas ar condicionado, vidros e travas elétricas. Já o Peugeot 206 Presence (DMU L) também é considerado eficiente, porém apresenta um elevado valor de mercado, da ordem de R$39.150,00, mas com todos os itens de fábrica, exceto roda de liga leve e airbag que são opcionais ao cliente.

Tabela 3 - Resultados dos modelos DEA para variáveis não controláveis (Parte 2).

DMU	Modelo Aditivo	Terceiro Modelo		Extensão do Terceiro Modelo	
	Alvos ***Input 1***	***Eff***	***Alvos*** ***Input 1***	***Eff***	***Alvos*** ***Input 1***
A	R$ 23.380,00	1,0000	R$ 23.380,00	1,0000	R$ 23.380,00
B	R$ 24.000,00	1,0000	R$ 24.000,00	1,0000	R$ 24.000,00
C	R$ 25.354,48	0,9571	R$ 25.354,48	0,8943	R$ 23.690,00
D	R$ 26.140,00	1,0000	R$ 26.140,00	0,9063	R$ 23.690,00
E	R$ 23.423,44	0,8521	R$ 23.423,44	0,8505	R$ 23.380,00
F	R$ 39.000,00	1,0000	R$ 39.000,00	1,0000	R$ 39.000,00
G	R$ 27.900,00	1,0000	R$ 27.900,00	1,0000	R$ 27.900,00
H	R$ 23.490,57	0,8511	R$ 23.490,57	0,8471	R$ 23.380,00
I	R$ 30.500,00	1,0000	R$ 30.500,00	1,0000	R$ 30.500,00
J	R$ 30.460,00	1,0000	R$ 30.460,00	1,0000	R$ 30.460,00
K	R$ 28.500,00	1,0000	R$ 28.500,00	1,0000	R$ 28.500,00
L	R$ 39.150,00	1,0000	R$ 39.150,00	1,0000	R$ 39.150,00
M	R$ 29.440,00	1,0000	R$ 29.440,00	1,0000	R$ 29.440,00
N	R$ 30.369,23	0,8940	R$ 30.369,23	0,8390	R$ 28.500,00
O	R$ 30.600,00	1,0000	R$ 30.600,00	1,0000	R$ 30.600,00
P	R$ 23.865,76	0,8972	R$ 23.865,76	0,8906	R$ 23.690,00
Q	R$ 25.490,00	1,0000	R$ 25.490,00	0,9294	R$ 23.690,00

As DMUs que foram consideradas ineficientes apresentam um valor de mercado superior ao que deveria ser, de acordo com os atributos que são oferecidos. Por exemplo, o veículo Volkswagen Fox Plus que apresenta valor de R$ 33.970,00, mas que em função dos atributos que dispõe (praticamente todos os itens são opcionais ao cliente) deveria apresentar um valor em torno de R$28.500,00, tendo como benchmark com o Fiat Palio ELX (DMU K).

Analisando um único veículo em relação a todos os modelos, podemos perceber algumas semelhanças e diferenças interessantes. Para isto tome-se a DMU N, o Volkswagen Fox Plus 1.0 Total Flex com cinco portas. Este veículo foi considerado ineficiente em todos os modelos, obtendo no modelo BCC uma eficiência de 87,96%, reduzindo para 83,90% nos modelos de Banker e Morey (3a), não arquimediano para variáveis não controláveis (4a) e extensão do Modelo de Cooper e Seiford (2000) (9a) e, apresentou o maior índice no modelo (6a) com 0,894. Este maior resultado no modelo (6a) pode ser explicado devido a projeção de alvos em outro local da fronteira, como explicado anteriormente.

Já o alvo, o input do preço real para a DMU N, os modelos BCC, Banker e Morey (3a), Não Arquimediano (4a) e Extensão do Modelo de Cooper e Seiford (2000) (9a), forneceram o mesmo alvo para o preço de compra da DMU K, o Fiat Palio ELX 1.0 Flex. Já no Modelo de Cooper e Seiford (2000) (6a) e no Aditivo (5) a DMU N deve atingir um alvo formado pelas DMUs K e O, que são os veículos Fiat Palio ELX 1.0 Flex e Volkswagen Fox City 1.0 Total Flex.

Tomando novamente a ótica do cliente pode-se verificar uma relação custo-benefício analisando, subjetivamente, os veículos eficientes em todos os modelos, representados pelas DMUs A, B, F, G, I, J, K, L, M, O. Na compra de um veículo a DMU B é mais interessante que A, pois apresenta um pequeno acréscimo de valor no preço, porém o veículo vem com direção hidráulica (ou elétrica) de fábrica. O mesmo ocorre com F e G, onde F apresenta um preço muito alto em relação aos atributos que oferece, comparando-o com G. As DMUs G, I, J, M, O apresentam valor muito alto em relação aos itens que oferece, comparativamente a DMU B. Na análise, os veículos que apresentam relação custo-benefício favorável ao cliente são representados pelas DMUs B e K, Ford Ka GL Class 1.0 e Fiat Palio ELX 1.0 Flex. Já a DMU L, veículo Peugeot 206 Presence 1.4 Flex, apesar de apresentar um valor elevado, possui vários atributos originais de fábrica e um motor mais possante, o que pode ser interessante para um cliente que valoriza este aspecto.

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram analisados os modelos DEA para variáveis não controláveis, isto é, variáveis cujos níveis não podem ser modificadas pelo decisor, ou seja, não são controladas pelo decisor. Tais modelos foram analisados individualmente, observando as suas diferenças estruturais e destacando as características de um deles.

Um estudo de caso foi apresentado, como uma forma de diferenciar os modelos segundo os requerimentos de informação necessários para aplicá-los e segundo o tipo de informações que eles fornecem.

Os resultados mostram que alguns desses modelos fornecem resultados semelhantes, mas que se encontram limitados ao presente estudo de caso. Entre eles tem-se, os resultados do modelos de Banker e Morey (3a) e do Não Arquimediano para variáveis não controláveis (4a), em que acredita-se que a falta de DMUs Pareto ineficientes faz com que não existam diferenças no índice de eficiência. Um segundo caso é o do modelo de Charnes et al (1987) (5) e o modelo de Cooper e Seiford (2000) (6a), que fornecem o mesmo alvo com a vantagem do segundo de fornecer também um índice de eficiência. Mais uma vez, os alvos iguais determinados pelos dois modelos acredita-se que se devam ao fato das variáveis não apresentarem folgas.

Na verdade os resultados para este estudo de caso poderiam ter sido diferentes caso existisse mais um input controlável, o que tal vez provocaria o aparecimento de folgas nestas variáveis com a conseqüente diferença nos índices de eficiência e dos alvos.

Por outro lado, graças aos modelos DEA para variáveis não controláveis tem-se alvos mais reais, pois somente são inclusas as variáveis controláveis na análise. Além disso, pode-se fazer uma comparação empírica dos modelos de forma tal que o decisor, neste caso o comprador, possa escolher um modelo mais adequado a suas necessidades e a suas preferências.

Cabe destacar, que na pesquisa bibliográfica realizada, não foram encontrados propostas de novos modelos DEA para variáveis não controláveis.

Finalmente, para dar continuidade ao presente estudo pretende-se aplicar estes modelos a outros casos reais, de forma a determinar melhor as características, diferenças, vantagens e desvantagens de cada modelo, e para verificar os resultados preliminares encontrados neste estudo.

6. REFERÊNCIAS

ACKOFF, R.L.; SASIENI, M.W**. Pesquisa Operacional.** São Paulo: Livros Técnicos e Científicos Ltda, 1971.

ANDRADE, E.L. **Introdução a Pesquisa Operacional: métodos e modelos para análise de decisão.** 2. ed. Rio d eJaneiro: LTC Ltda, 2000.

ALI, A.I., SEIFORD, L.M. (3). **The mathematical programming approach to Efficiency Analysis**. Em: Fried, H.O., Lovell, C.A.K., Schmidt, .S.S. (Eds). The measurement of Productive Efficiency. Oxford University Press, New York, pp. 120-159.1993

ANGULO MEZA, L., L. BIONDI NETO, J.C.C.B. SOARES DE MELLO, AND E.G. GOMES. ISYDS – Integrated System for Decision Support (SIAD – Sistema Integrado de Apoio à Decisão): a software package for data envelopment analysis. **Pesquisa Operacional,** vol. 25, n.3, pp. 493-503. 2005.

BANKER, R.D.; MOREY, R.C. Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs. **Operations Research**, vol. 34, n. 4; pp.. 513-521. 1986.

CHARNES, A., COOPER, W.W., RHODES, E.. Measuring the Efficiency of Decision-Making Units, **European Journal of Operational Research**, 2, 429-444. 1978.

CHARNES, A., COOPER, W.W., GOLANY, B., SEIFORD, L., STUTZ, J. Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. **Journal of Econometrics**, 30, 91-107. 1985.

COOPER, W.W.; SEIFORD, L.M.; TONE, K.. **Data Envelopment Analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software**. Kluwer Academic Publishers. 2000.

SOARES DE MELLO, J.C.C.B, GOMES, E.G., LETA, F.R., PESSOLANI, R.B.V. Conceitos Básicos do Apoio Multicritério à Decisão e sua Aplicação no Projeto Aerodesign. **Engevista**, vol. 5, n. 8, pp. 22-35. 2003.

Non discretionary variables DEA models for the segment B vehicles evaluate

Fernanda Rodrigues dos Santos[1], fernanda.rsantos@yahoo.com.br
Lidia Angulo Meza[2], lidia@metal.eeimvr.uff.br

[1] Universidade Federal Fluminense, Graduação em Eng. de Produção, Volta Redonda, RJ, Brasil

[2] Universidade Federal Fluminense, Dep. de Ciência dos Materiais, Volta Redonda, RJ, Brasil

*Received: November, 2007 / Accepted: December, 2007

ABSTRACT

Data Envelopment Analysis (DEA) was developed to evaluate Decision Making Units - DMUs), where the financial aspect is not important or relevant. One DEA models result to the DMUs inefficient classified are the variables targets, that is, the new consumption and production levels that should achieve to be efficient. This is not possible to apply in real cases any time. This paper has the objective to analyse a real case that there are non discretionary variables, it is, in cases that the targets for these variables are impracticable. Although it is a common situation, it has been not much broach in DEA. In the first time, it had been done a bibliography study from the different broach used to solve this problem and, in a second time, a real case was used to check the studied broaches efficiency, where it was done an analyse comparison between the Compact Hatches vehicles from different producers, considering the automotive segment B, and at the end show the best vehicles, from each mathematic model.

Key-words: Data Envelopment Analysis, Non discretionary variables, Efficiency valuate.