S & G
Revista Eletrônica

Sistemas & Gestão 2 (3) 217-231
Programa de Pós-graduação em Sistemas de Gestão, TEP/TCE/CTC/PROPP/UFF

Utilização de modelo DEA com restrições cone rattio não arquimedianas para avaliação dos pilotos no campeonato mundial de fórmula 1 do ano de 2006

Silvio Figueiredo Gomes Júnior, silviofgj@gmail.com

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello, jcsmello@pq.cnpq.br

Universidade Federal Fluminense (UFF), Programa de Engenharia de Produção

Niterói, RJ, Brasil

*Recebido: Novembro, 2007 / Aceito: Dezembro, 2007

RESUMO

Este trabalho analisa os resultados obtidos pelos pilotos no ano de 2006 no Campeonato Mundial de Fórmula 1, segundo a metodologia Data Envelopment Analysis DEA, que é uma técnica de programação matemática para avaliação de eficiência produtiva entre diversas unidades, denominadas unidades tomadoras de decisão (DMU), segundo os recursos utilizados na obtenção de seus produtos, diferentemente dos métodos multicritérios adotados atualmente para estabelecer a classificação da competição, que permite manipulações e distorções nos resultados.

Palavras-Chave: DEA, Restrições aos Pesos, Fórmula 1.

1. INTRODUÇÃO: O CAMPEONATO MUNDIAL DE FÓRMULA 1

Um campeonato de Fórmula 1 é um conjunto de várias provas automobilísticas, cujos resultados são agregados para estabelecer o resultado final da competição, conforme descreve Gomes Júnior (2006).

Desde sua criação, em 1950, o campeonato se consolidou, atraindo milhões de espectadores e um grande volume de investimentos por parte de equipes e patrocinadores.

Em termos tecnológicos, os avanços desenvolvidos pelos engenheiros e equipes da categoria podem ser encontrados atualmente em carros de passeio e em outros setores, como aviação, por exemplo. Os altos investimentos pelos patrocinadores movimentam um volume de dinheiro extremamente importante para a economia de diversos segmentos e países.

No Brasil, de acordo com números divulgados pela Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE), a Fórmula 1 gerou aproximadamente 14.000 empregos diretos e indiretos ao longo do ano de 2005 e um volume de negócios que registrou um montante em torno de R$ 80 milhões, deixando claro sua importância.

Entretanto, a grande diferença de evolução das equipes tem diminuído o interesse do público pelo campeonato, uma vez que as corridas ficam cada vez menos disputadas, com equipes mais ricas com alto poder tecnológico desenvolvendo carros cada vez mais velozes e impossíveis de serrem alcançados pelos carros das equipes menos desenvolvidas por possuírem menos recursos financeiros.

Buscando reverter este quadro, a FIA (Federação Internacional de Automobilismo) vêm fazendo sucessivas alterações no regulamento da categoria, buscando aumentar sua competitividade, como, por exemplo, com proibições de tecnologias visando reduzir a velocidade dos carros. No entanto, nem sempre estas alterações geram resultados positivos pois os engenheiros responsáveis pelo desenvolvimento dos carros sempre encontram novas formas de torná-los mais velozes e, além disso, o regulamento permite possibilidades de manipulações nos resultados das provas por equipes que participam da competição e possuem seus 2 pilotos ocupando posições consecutivas na corrida. Ao longo deste trabalho serão citados alguns destes fatos já ocorridos nas provas da Fórmula 1 e contribuem para a diminuição da credibilidade do esporte.

Como mostrado por Kladroba (2000) e Soares de Mello (2005), o regulamento do campeonato mundial de Fórmula 1 pode ser visto como um problema multicritério ordinal, em que cada corrida é um critério. A pontuação final é feita com uma variante do método de Borda.

No método de Borda é usada apenas a ordenação das alternativas em cada critério. À alternativa mais preferida é atribuído um ponto, à segunda dois pontos e assim sucessivamente. Ao final, os pontos atribuídos a cada alternativa são somados. A alternativa que tiver obtido a menor pontuação será a preferida. No caso específico dos esportes, utiliza-se uma inversão do método, atribuindo maior número de pontos à alternativa mais preferida (concorrente vencedor da competição). Há ainda uma outra variação: as diferenças de pontuação entre alternativas consecutivas não é constante.

Desta forma, qualquer variação no resultado de uma corrida pode gerar grandes variações na classificação de um campeonato e representando a perda ou ganho de um grande volume de dinheiro.

Como o regulamento prevê também a possibilidade de empates na pontuação final, são preconizados sucessivos critérios de desempate. Assim o regulamento usa, na verdade, o método Lexicográfico, sendo o critério mais importante (e, portanto, o primeiro a ser usado) a pontuação obtida com o método de Borda modificado. Havendo duas alternativas ou mais com o mesmo número de pontos somados ao final do campeonato, é considerado o maior número de vitórias de cada piloto para que haja o desempate. Permanecendo as alternativas empatadas, o segundo critério é o maior número de corridas em que cada piloto terminou uma corrida em segundo lugar e assim sucessivamente.

A utilização de métodos ordinais multicritérios para estabelecer a classificação do campeonato pode gerar grandes distorções na pontuação de pilotos e equipes, devido a "artifícios" utilizados pelas equipes durante as provas ou mesmo por situações diversas passíveis de acontecer durante uma corrida. Por isso, ao longo de todos estes anos, a pontuação sofreu diversas alterações com intuito de diminuir estas distorções, embora algumas delas tenham gerado efeito contrário como o aumento na pontuação obtida pelo primeiro colocado de uma prova na temporada de 1991 que passou para 10 pontos, ao invés dos 9 pontos anteriores. Desde 1960, apenas os seis primeiros colocados de cada prova pontuavam. A partir do ano de 2003, os oito primeiros colocados passaram a somar pontos, sendo a pontuação de cada colocado apresentada na Tabela 1.

Tabela 1 – Pontuação da Fórmula 1 a partir de 2003.

Colocação	**Pontuação**
1º Colocado	10 pts
2ºColocado	08 pts
3º Colocado	06 pts
4º Colocado	05 pts
5º Colocado	04 pts
6º Colocado	03 pts
7º Colocado	02 pts
8º Colocado	01 pts

Observe-se que a diferença de pontos entre as 3 primeiras colocações é maior que entre as posições subseqüentes. Para as colocações piores que a nona não há diferença nenhuma, já que nenhum concorrente marca pontos. A intenção é valorizar a vitória e não dar atenção às disputas pelos últimos lugares.

Esta diferença acarreta severas distorções. A primeira, de ordem teórica, é que tenta tratar de forma cardinal um método ordinal. Com efeito, se o primeiro e segundo colocados ou o segundo e terceiro chegarem com uma pequena diferença, mesmo assim terão uma diferença de pontuação maior que a existente entre dois outros quaisquer pilotos que, mesmo chegando com uma diferença grande, ocupem posições inferiores.

Um exemplo deste fato ocorreu no Grande Prêmio da Espanha, em 1986, em que o vencedor da prova, o brasileiro Ayrton Senna, chegou a uma diferença de apenas 0,014 segundos do segundo colocado, o inglês Nigell Mansell. Na época, devido ao sistema de pontuação utilizado, a vitória rendeu a Senna 3 pontos a mais que Mansell.

Uma segunda conseqüência é mais grave. Como a diferença de pontuação entre dois pilotos com classificações imediatas é diferente conforme a posição, a falta de independência em relação às alternativas irrelevantes é agravada. Além disso, o uso do número de vitórias como segundo critério no método lexicográfico agrava ainda mais este fato, conforme descrito por Soares de Mello et al. (2005).

Uma das mais noticiadas ocorreu em 2002, quando, no grande prêmio da Áustria, Rubens Barrichello cedeu o primeiro lugar a Michael Schumacher perto da linha de chegada, ambos pilotos da equipe Ferrari. Em contra-partida, no grande prêmio dos Estados Unidos do mesmo, o mesmo fato ocorreu de forma inversa, pois nesta altura do campeonato a briga era pelo vice-campeonato. Esta, e outras situações semelhantes foram analisadas em Soares de Mello et al (2005).

Neste trabalho, é feita uma análise da classificação dos pilotos no campeonato de Fórmula 1 do ano de 2006 utilizando o método DEA com restrições aos pesos cone rattio não arquimedianas procurando diminuir as distorções geradas pelos métodos ordinais multicritério, valorizando o desempenho de cada piloto. O método aqui utilizado não pretende ser uma proposta de substituição do modelo usado pela FIA (Federação Internacional de Automobilismo), constituindo-se tão somente de uma ferramenta de análise da performance dos pilotos.

2. DATA ENVELOPMENT ANALISYS (DEA)

A Análise de Envoltória de Dados é um método não-paramétrico, surgido formalmente com o trabalho de Charnes *et al*. (1978), com o objetivo de medir a eficiência de unidades tomadoras de decisão, designadas por DMUs (*Decision Making Units*), na presença de múltiplos fatores de produção (*inputs*) e múltiplos produtos (*outputs*).

As DMU´s caracterizam-se por desempenhar tarefas semalhantes, ou seja, utilizam os mesmos insumos e desempenham as mesmas tarefas para produzir um mesmo produto, diferindo nas quantidades de recursos(*inputs*) utilizados e de produtos(*outputs*) gerados.

A técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores de eficiência produtiva relativa teve origem no trabalho de Farrel (1957) e foi generalizada por Charnes *et al.* (1978), no sentido de trabalhar com múltiplos insumos e múltiplos produtos.

2.1. MODELOS DEA CLÁSSICOS

Há dois modelos DEA clássicos: CCR (de Charnes, Cooper e Rhodes) e BCC (de Banker, Charnes e Cooper). O modelo CCR (ou CRS - *Constant Returns to Scale*), trabalha com retornos constantes de escala (Charnes *et al*., 1978). Em sua formulação matemática considera-se que cada DMU k, k = 1, ..., s, é uma unidade de produção que utiliza n *inputs* x_{ik}, i =1, …, n, para produzir m *outputs* y_{jk}, j =1, …, m. Esse modelo maximiza o quociente entre a combinação linear dos *outputs* e a combinação linear dos *inputs*, com a restrição de que para qualquer DMU esse quociente não pode ser maior que 1.

Mediante alguns artifícios matemáticos, este modelo pode ser linearizado, transformando-se em um Problema de Programação Linear (PPL) apresentado em (1), onde h_o é a eficiência da DMU o em análise; x_{io} e y_{jo} são os *inputs* e *outputs* da DMU$_o$; v_i e u_j são os pesos calculados pelos modelo para *inputs* e *outputs*.

$$\begin{aligned} &\max\ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo} \\ &\text{sujeito a} \sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\ &\qquad \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \le 0\ , \quad k = 1,...,s \\ &\qquad u_j, v_i \ge 0 \quad \forall x, y \end{aligned} \tag{1}$$

O modelo BCC (ou VRS - *Variable Returns to Scale*) considera situações de eficiência de produção com variação de escala e não assume proporcionalidade entre *inputs* e *outputs*. Apresenta-se em (2) a formulação do problema de programação fracionária, previamente linearizado, para esse modelo (Banker *et al*., 1984). Em (2) h_o é a eficiência da DMU$_o$ em análise; x_{ik} representa o *input i* da DMU$_k$, y_{jk} representa o *output j* da DMU$_k$; v_i é o peso atribuído ao *input i*, u_j é o peso atribuído ao *output j*; u^* é um fator de escala.

$$\begin{aligned} &\max\ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo} + u^* \\ &\text{sujeito a} \sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\ &\qquad \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \le 0\ , \quad k = 1,...,s \\ &\qquad u_j, v_i \ge 0 \quad \forall x, y \\ &\qquad u^* \in \Re \end{aligned} \tag{2}$$

A Figura 1 mostra as fronteiras DEA BCC e CCR para um modelo DEA bidimensional (1 *input* e 1 *output*). As DMUs A, B e C são BCC eficientes; a DMU B é CCR eficiente. As DMUs D e E são ineficientes nos dois modelos. A eficiência CCR e BCC da DMU E é dada, respectivamente, por $\left(\overline{E''E'''}/\overline{E''E}\right)$ e $\left(\overline{E''E'}/\overline{E''E}\right)$.

Além de identificar as DMUs eficientes, os modelos DEA permitem medir e localizar a ineficiência e estimar uma função de produção linear por partes, que fornece o *benchmark* para as DMUs ineficientes. Esse *benchmark* é determinado pela projeção das DMUs ineficientes na fronteira de eficiência. A forma como é feita esta projeção determina orientação do modelo: orientação a *inputs* (quando se deseja minimizar os *inputs*, mantendo os valores dos *outputs* constantes) e orientação a *outputs* (quando se deseja maximizar os resultados sem diminuir os recursos).

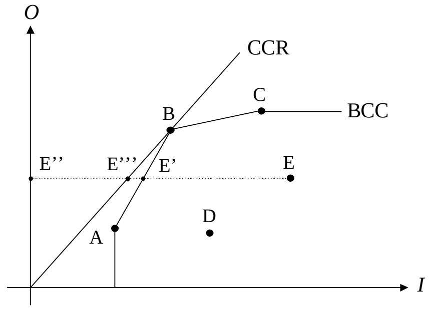

Figura 1 – Fronteiras DEA BCC e CCR para o caso bidimensional.

Em ambos os modelos acima, não é considerada nenhuma restrição aos pesos estipulados para os *inputs* e *outputs*, exceto serem estritamente positivos. Desta forma, o método tende a ser benevolente com as DMUs, estipulando pesos que as favoreçam.

2.2. RESTRIÇÕES AOS PESOS

A incorporação de julgamento de valor através de restrições aos pesos pode ser dividida em três grupos de métodos, segundo Lins e Angulo-Meza (2000): restrições diretas nos pesos, regiões de segurança e restrições nos *inputs* e *outpus* virtuais.

O enfoque de restrições diretas nos pesos, desenvolvido por Dyson e Thanassoulis (1988) e generalizado por Roll et al (1991), propõe o estabelecimento de limites numéricos aos multiplicadores, com o objetivo de não superestimar ou ignorar *inputs* ou *outputs* na análise. Este tipo de restrição pode levar à inviabilidade do PPL, uma vez que, estabelecer um limite superior ao peso de um *input*, implica em um limite inferior no *input* virtual total do resto das variáveis, e por sua vez isso tem implicações para os valores que podem tomar os *inputs* restantes.

O método de Regiões de Segurança (*Assurance Region* – AR), desenvolvido por Thompson et al. (1990), limitam as variações dos pesos a uma determinada região. As restrições da abordagem por AR são de dois tipos: Tipo I (ou método *Cone Rattio*) e Tipo II.

Para o tipo I, é incorporada à análise a ordenação relativa ou valores relativos de *inputs* e *outputs*, as equações que representam as restrições estão apresentadas em (3) e (4).

$$k_i v_i + k_{i+1} v_{i+1} \le v_{i+2} \tag{3}$$

$$\alpha_i \le \frac{v_i}{v_{i+1}} \le \beta_i \tag{4}$$

A região do segurança Tipo II, apresentada por Thompon et al. (1990) compreende restrições que relacionam os pesos dos *inputs* e dos *outputs*, conforme (5).

$$\gamma_i v_i \ge u_j \tag{5}$$

Outra forma de restringir a liberdade dos pesos, conforme descrito por Branco da Silva e Soares de Mello (2005) é baseada no fato de que a contribuição de um *input* à DMU é $v_i x_i$. Assim, um critério de seleção pode ser o de incluir apenas os *inputs* e *outputs* que contribuem de "maneira significativa" aos custos totais e benefícios relevantes a uma DMU. Ao invés de restringir os valores dos pesos, são definidas restrições à proporção do *output* virtual total da DMUj, utilizado pelo *output* r, ou seja, a "importância relacionada" ao *output* r pela DMUj, ao intervalo $[\phi_r, \varphi_r]$, com ϕ_r e φ_r sendo determinados pelo especialista (Wong e Beasley, 1990). A restrição no *output* r é apresentada em (6) onde $\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}$ representa o *output* virtual total da DMUj.

$$\phi_r \leq \left(u_r y_{rj} \Big/ \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \right) \leq \varphi_r \tag{6}$$

2.2.1 RESTRIÇÕES AOS PESOS CONE RATTIO NÃO-ARQUIMEDIANAS

Podem ocorrer situações em que a incorporação de valores pelos modelos anteriormente descritos é ineficiente ou não descreve a vontade do decisor de forma satisfatória, em especial, quando o modelo apresenta pesos iguais para variáveis com graus diferentes de importância.

Este fato foi descrito inicialmente por Branco da Silva e Soares de Mello (2005). Seu estudo propõe um modelo para classificação dos países participantes de uma olimpíada utilizando o método multicritério DEA. Seu modelo considera input unitário para evitar inconsistência matemática conforme descrito por Lovell e Pastor (1999) a respeito de modelos sem input ou sem output, e como outputs o número de medalhas obtido por certo país em certa modalidade do esporte. Como são três tipos de medalhas (ouro, prata e bronze), têm-se três outputs. Este modelo acaba atribuindo pesos elevados para o tipo de medalha em que o país se saiu bem e o resultado são todas as DMUs eficientes. Ou seja, um país só com uma medalha de ouro teve a mesma eficiência que um só com uma medalha de bronze, não conseguindo distinguir a diferença entre se obter uma medalha de ouro, de prata ou bronze para DMUs que obtiveram apenas uma destas posições.

Gomes Júnior (2006) mostra também que, nos casos em que um piloto participou de apenas 1 corrida no campeonato, o modelo considera a DMU eficiente, independente da posição de chegada conquistada.

Assim, os denominados modelos não-arquimedianos, que são uma variação do método de Regiões de Segurança Tipo I: Método *Cone Ratio*, surgem como uma solução destes problemas, pois incorporam as folgas na função objetivo (Modelo do Envelope) ou obrigam a que os multiplicadores não sejam menores que um número muito pequeno ε (Modelo dos Multiplicadores). Em (7), apresenta-se o modelo CCR (Modelo dos Multiplicadores) não-arquimediano orientados a *output*.

$$\begin{aligned}
&\min\ h_o = v_1 x_0 \\
&\text{sujeito a} \sum_{j=1}^{s} u_j y_{j0} = 1 \\
&\qquad \sum_{j=1}^{s} u_j y_{jk} - v_1 x_k \leq 0\ ,\quad k = 1,\ldots,n \\
&\qquad u_i - u_{i+1} \geq \varepsilon\ \ ,\ \mathrm{i} = 1, \mathrm{s}-1 \\
&\qquad u_j, v_1 \geq \varepsilon \quad \forall x, y
\end{aligned} \tag{7}$$

2.3. MODELOS DEA COM *INPUT* UNITÁRIO

Lovell e Pastor (1999), utilizando o modelo do envelope, mostram que não faz sentido utilizar modelos CCR ou BCC, sem *input* com orientação a *output*, assim como modelos sem *output*, com orientação a *input*. Nestes casos, DEA é incapaz de diferenciar unidades eficientes de unidades ineficientes.

Mostram ainda que modelos com *input* ou *output* unitário apresentam os mesmos resultados nos modelos CCR e BCC. Entretanto, não faz sentido dizer que o modelo com *input* constante é orientado a *input*, pois um modelo orientado a *input* significa que uma determinada DMU, não eficiente, deve reduzir seu *input* para se tornar eficiente. Entretanto, como a formulação matemática impõe que todas as DMUs têm um *input* constante (igual para todas as DMUs e invariável) o modelo perde o sentido, pois não se pode diminuir o *input* existente. O mesmo conceito é válido no caso de modelos com *output* constante ser orientado a *output*, pois da mesma forma uma DMU não pode aumentar seu *output* para se tornar eficiente.

Soares de Mello (2006), utilizando o Modelo dos Multiplicadores mostra que a maximização da soma ponderada dos *outputs*, com *input* unitário, não corresponde a uma orientação a *input*, pois, no modelo dual (Modelo do Envelope), o *input* deixa de ser variável e passa a ser constante, não fazendo sentido então dizer que o modelo é orientado a *input*.

Em (8), apresenta-se o modelo DEA CCR – Modelo dos Multiplicadores, com *input* constante.

O modelo fracionário tem um denominador correspondente ao *input*. Fazer $b_0 x_0 = 1$ no modelo linearizado é um mero exemplo numérico.

$$
\begin{aligned}
& \mathit{Max}\; u_{1,0} y_{1,0} + u_{2,0} y_{2,0} + \ldots u_{m,0} y_{m,0} \\
& \text{sujeito a} \quad v_0 x_0 = 1 \\
& \qquad (u_{1,0} y_{1,k} + u_{2,0} y_{2,k} + \ldots u_{m,0} y_{m,k}) - v_0 x_k \leq 0, \quad k = 1,2,\ldots,n \\
& \qquad v_0, u_{i,k} \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m
\end{aligned}
\tag{8}
$$

onde: $u_{i,k}$ - peso do output *i* da DMU *k,*

v_0 – peso do *input*,

x_0 - *input*,

$y_{i,k}$ - output *i* da DMU *k,*

m, n – número de outputs e DMUs respectivamente.

O dual do Modelo dos Multiplicadores, que corresponde ao Modelo do Envelope é apresentado em (9). Este dual corresponde a uma redução de *inputs*. Entretanto, como o *input* é constante, não faz sentido reduzí-lo.

$$
\begin{aligned}
& \mathit{Min}\; h_0 \\
& \text{sujeito a} \quad h_0 x_0 \geq \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \ldots + \lambda_m x_m \\
& \qquad y_{1,0} \leq \lambda_1 y_{1,1} + \lambda_2 y_{1,2} + \ldots + \lambda_m y_{1,m} \\
& \qquad \ldots \\
& \qquad y_{n,0} \leq \lambda_1 y_{n,1} + \lambda_2 y_{n,2} + \ldots + \lambda_m y_{n,m} \\
& \qquad \lambda_i \geq 0
\end{aligned}
\tag{9}
$$

É a primeira restrição em (8) que confere a interpretação de orientação a *inputs* no modelo. No entanto, esta argumentação apresenta uma controvérsia, pois, em (9) o *input* é considerado variável e em (8) é tratado com constante.

A validação deste modelo, apresentada por Soares de Mello (2006) considera o *input* constante desde o começo, tanto no modelo primal (Modelo dos Multiplicadores) e mantendo-o constante no modelo dual (Modelo do Envelope).

Em (10) tem-se o Modelo dos Multiplicadores considerando o *input* constante e igual à 1.

$$
\begin{aligned}
&Max\, u_{1,0}y_{1,0} + u_{2,0}y_{2,0} + \ldots + u_{m,0}y_{m,0} \\
&\text{sujeito a} \quad u_{1,0}y_{1,k} + u_{2,0}y_{2,k} + \ldots + u_{m,0}y_{m,k} \le 1, \qquad k = 1,2,\ldots,n \qquad (10) \\
&\qquad\qquad u_{i,k} \ge 0 \qquad\qquad i = 1,2,\ldots,m
\end{aligned}
$$

O dual do modelo (10) é o modelo (11) (Modelo do Envelope) apresentado a seguir. Como não há restrição de igualdade no modelo, a variável livre *h* desaparece do dual, cessando a interpretação de redução equiproporcional dos *inputs*, mas mantendo válido este modelo.

$$
\begin{aligned}
&Min\, \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_m \\
&\text{sujeito a} \quad y_{1,0} \le \lambda_1 y_{1,1} + \lambda_2 y_{1,2} + \ldots + \lambda_m y_{1,m} \qquad (11) \\
&\qquad\qquad \ldots \\
&\qquad\qquad y_{n,0} \le \lambda_1 y_{n,1} + \lambda_2 y_{n,2} + \ldots + \lambda_m y_{n,m} \\
&\qquad\qquad \lambda_i \ge 0
\end{aligned}
$$

Assim, pode-se concluir que modelos DEA de *input* unitário e maximização do *output* virtual não têm nenhuma contradição. Entretanto, este modelo não deve ser denominado “orientado a *inputs*”.

2.4. MODELOS DEA EM *RANKINGS* ESPORTIVOS

Na literatura há vários exemplos de aplicação de DEA em *rankings* alternativos em vários esportes. Lozano et al (2002), Lins et al (2003) Churilov e Flitman (2006) usam diferentes modelos DEA para fazer *rankings* alternativos das Olimpíadas. Barros e Leach (2006), Calôba e Lins (2006) fazem estudos semelhantes para times de futebol. Já Gomes Júnior et al (2006) usam DEA para ordenar pilotos de Fórmula 1 no campeonato de 2005. Este trabalho é uma evolução desse último citado. Além de atualizar os dados, considerando o campeonato de 2006, foram feitos aperfeiçoamentos no cálculo da eficiência dos pilotos em relação ao carro que usam. Para tal, foi introduzido um novo modelo que ordena as equipes a qual o piloto pertence usando DEA, em vez de usar a pontuação oficial do campeonato obtida pelo piloto.

3. ESTUDO DE CASO: EFICIÊNCIA DOS PILOTOS NO CAMPEONATO DE F1

O campeonato de Fórmula 1 do ano de 2006 e composto por 18 corridas, com a participação de 20 pilotos em cada prova e um total de 10 equipes concorrentes.

Como em Gomes Júnior (2006), as DMUs utilizadas são os pilotos que participaram dos treinos classificatórios de, pelo menos, uma prova na temporada de 2006, conseguindo classificação no grid de largada. Como ocorreram substituições de pilotos durante o campeonato, tem-se um total de 27 pilotos no modelo estudado, este modelo será denominado modelo I.

O modelo I utiliza um *input* único, que é o número de participações do piloto (DMU) na formação do grid de largada (v_1), pois terão assim a oportunidade de participar da prova e conseguir algum resultado no final da corrida. Como *output*, o número de vezes que o piloto completou a prova em uma determinada posição (u_i, i = 1 a 18). Cada prova possui 20 pilotos participando, entretanto, o número máximo de pilotos de completou uma determinada prova foi 18, tendo-se então um total de 18 variáveis de *output*.

Como existe linearidade entre o *input* e os *outputs* utilizados e as posições de chegada de um piloto em uma prova não possuem o mesmo nível de importância como prevê a pontuação e os critérios de desempate utilizados no regulamento do campeonato e descrito no item 2, o modelo I proposto neste trabalho é o CCR com restrições não-arquimedianas aos pesos, fazendo-se $u_i - u_{i+1} \geq 0{,}001$, ou seja, a diferença entre os pesos de duas posições consecutivas de chegada é igual ou maior a 0,001, que corresponde ao valor de ε descrito em (7). Como são 18 posições de chegada, tem-se um total de 17 restrições.

O modelo I é orientado a *output*, pois o objetivo de um piloto é a melhor posição de chegada possível em uma corrida. Os dados utilizados foram obtidos do site www.formula1.com e estão apresentados abaixo na tabela 2.

Tabela 2 – Dados do modelo I

Piloto	Input	Output (Nº de chegadas na posição n)																	
	Número Particip.	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª
Christian Klien	15								2			3	1	1	1				
Christijan Albers	18										1	1	2	1	1	3		1	
David Coulthard	18			1		1		1	2	2	1	1	2		1	1			
Felipe Massa	18	2	3	2	2	3		1		3									
Fernando Alonso	18	7	7			2													
Franck Montagny	7																2		1
Giancarlo Fisichella	18	1		4	3	1	6		1										
Jacques Villeneuve	12						1	1	2			1	2		1				
Jarno Trulli	18				1		2	2		3	1	1	1				1	1	
Jenson Button	18	1		2	5	1	1	1		1	1	1							
Juan Pablo Montoya	10		1	1	1	1	1												
Kimi Räikkönen	18		2	4	1	5													
Mark Webber	18						2		1	1	2		1						
Michael Schumacher	18	7	4	1	1	1	1		1										
Nick Heidfeld	18			1	1			4	4		1		1	1	1			1	
Nico Rosberg	18							2		2	1	3			1				
Pedro de La Rosa	8		1			2		1	1			1							
Ralf Schumacher	18			1	1		1	2	2	2					1	1			
Robert Kubica	6			1						2			1	1					
Robert Doornbos	3												2	1					
Rubens Barrichello	18				2	1	3	3	1		3		1			1			
Sakon Yamamoto	7																2	1	
Scott Speed	18									1	2	3	1	4	1	1			1
Takuma Sato	18										1		1	1	1	2	1	2	1
Tiago Monteiro	18									1			1	1	1	2	4	1	
Vitantonio Liuzzi	18								1		3	2		4	3	1			
Yuji Ide	4													1					

4. RESULTADOS

Utilizando-se o modelo CCR *cone-rattio* não-arquimediano orientado a *output*, modelo I, foram calculados os pesos de todas as variáveis e calculadas as eficiências de cada piloto, os resultados das eficiências e dos pesos relevantes aos resultados até a 10ª posição estão apresentados na tabela 3, pois os pesos das variáveis cujo valor é nulo não interfere nos resultados alcançados.

Analisando os resultados apresentados na tabela 3, verifica-se que os pilotos considerados eficientes foram Fernando Alonso (vencedor do campeonato em análise) e Robert Doombos. Quanto a Doombos, é eficiente no modelo I pois conseguiu completar as 3 corridas que participou na temporada, mesmo tendo chegado duas vezes na décima segunda posição e uma vez na décima terceira posição. Isso mostra que este modelo ainda apresenta algumas distorções.

Mostra também que este modelo valoriza o número de provas completadas pelo piloto em relação à importância da posição de chegada na prova pois, além do piloto Robert Doombos que completou todas as provas que participou, o modelo atribui eficiência elevada aos pilotos Robert Kubica que completou 5 das 6 provas que participou e Pedro de La Rosa, que, das 8 provas que participou, conseguiu completar 6.

Visando corrigir estas distorções e valorizar, além do desempenho, a competência dos pilotos, foi desenvolvido um novo estudo para avaliar a eficiência das equipes. Criou-se então um modelo auxiliar para avaliar a eficiência das equipes e utilizar este resultado como *input* em um novo modelo de avaliação dos pilotos. A seleção das variáveis do modelo seguiu a mesma proposta dos modelos anteriores.

As DMUs deste modelo auxiliar são as equipes, num total de 10 DMUs. Como *input*, foi utilizado o número de participações das equipes nas provas do campeonato. Como o campeonato teve 18 provas e cada equipe corria cada grande prêmio com dois carros, temos um modelo com *input* constante e igual a 36 para todas as equipes.

Tabela 3 – Eficiência e pesos(até a 10ª posição) calculados pelo modelo I.

Piloto	Efic.	Pesos										
		v1	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	u10
F. Alonso	1,000	0,056	0,063	0,062			0,059					
R. Doornbos	1,000	0,333										
M. Schumacher	0,990	0,056	0,064	0,063	0,062	0,061	0,060	0,059		0,057		
F. Massa	0,962	0,058	0,066	0,065	0,064	0,063	0,062		0,060		0,058	
G. Fisichella	0,959	0,058	0,066		0,064	0,063	0,062	0,061		0,059		
R. Kubica	0,882	0,189			0,211						0,205	
R. Barrichello	0,862	0,064				0,070	0,069	0,068	0,067	0,066		0,064
N. Heidfeld	0,849	0,065			0,073	0,072			0,069	0,068		0,066
J. Button	0,835	0,067	0,076		0,074	0,073	0,072	0,071	0,070		0,068	0,067
P. de La Rosa	0,822	0,152		0,171			0,168		0,166	0,165		
V. Liuzzi	0,766	0,073								0,076		0,074
S. Speed	0,764	0,073									0,075	0,074
D. Coulthard	0,740	0,075			0,083		0,081		0,079	0,078	0,077	0,076
J. Trulli	0,740	0,075				0,082		0,080	0,079		0,077	0,076
K. Räikkönen	0,734	0,076		0,085	0,084	0,083	0,082					
J. Villeneuve	0,697	0,120						0,130	0,129	0,128		
R. Schumacher	0,643	0,086			0,096	0,095		0,093	0,092	0,091	0,090	
T. Monteiro	0,598	0,093									0,097	
J. P. Montoya	0,557	0,180		0,202	0,201	0,200	0,199	0,198				
C. Klien	0,552	0,121								0,130		
C. Albers	0,552	0,101										0,105
T. Sato	0,544	0,102										0,107
N. Rosberg	0,524	0,106							0,114		0,112	0,111
S. Yamamoto	0,423	0,337										
F. Montagny	0,423	0,338										
M. Webber	0,418	0,133						0,146		0,144	0,143	0,142
Y. Ide	0,250	1,001										

O modelo utilizado foi o CCR – Modelo dos Multiplicadores (com aparente orientação a *input*) devido à linearidade existente entre *input* e *outputs*, já que um aumento no número de provas disputadas cuja equipe tenha participado (*input*) pode gerar também um aumento nos resultados obtidos (*outputs*). Como mencionado em 3.3, este é um modelo de maximização da soma ponderada dos *outputs* que não deve ser confundido com um modelo de orientação a *input,* pois, no modelo dual (Modelo do Envelope), o *input* deixa de ser tratado como variável e passa a ser constante, não fazendo sentido então dizer que o modelo é orientado a *input*.

Entretanto, este modelo apresenta os mesmos resultados que o modelo orientado a *output,* porém com uma interpretação mais intuitiva.

Os dados e a eficiência calculada para as equipes no modelo auxiliar está demonstrado na tabela 4.

Tabela 4 – Dados e resultado do modelo auxiliar (equipes).

Equipe	Input	Output (Nº de chegadas na posição n)																				Eficiência
	Número Particip.	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª	20ª	calculada
Mclaren-Mercedes	36		4	5	2	8	1	1	1			1										0,7054
Honda	36	1		2	7	2	4	4	1	1	4	1	1			1						0,8094
Williams-Cosworth	36						2	2	1	3	3	3	1		1							0,4025
RBR-Ferrari	36			1		1		1	4	2	1	4	5	2	2	1						0,5808
STR-Cosworth	36								1	1	5	5	1	8	4	2			1			0,6249
Sauber-BMW	36			2	1		1	5	6	2	1	1	4	2	2			1				0,7099
Renault	36	8	7	4	3	3	6		1													1,0000
Toyota	36			1	2		3	4	2	5	1	1	1		1	1	1	1				0,6158
Ferrari	36	9	7	3	3	4	1	1	1	3												1,0000
Super Aguri-Honda	36										1		1	2	1	2	5	3	2			0,3280
MF1-Toyota	36									1	1	1	3	2	2	5	4	2				0,4322

A partir dos resultados encontrados no modelo das equipes, criou-se um novo modelo para os pilotos cujo objetivo é avaliar cada piloto, levando em consideração a performance da equipe a qual o piloto pertence. Este modelo foi denominado Modelo II e apresenta as mesmas características do Modelo I, alterando-se apenas o input utilizado anteriormente - número de participações do piloto para a eficiência calculada para a equipe a qual o piloto pertence, durante toda a temporada (v_2) e mantendo-se inalteradas as demais variáveis.

Os resultados obtidos com a utilização do modelo II são apresentados na tabela 5.

Tabela 5 – Eficiência e pesos calculados pelo modelo II.

Piloto	Efic.	Pesos										
		v2	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	u10
D. Coulthard	1,000	1,722			0,083		0,081		0,079	0,078	0,077	0,076
F. Alonso	1,000	1,000	0,066	0,061			0,058					
K. Räikkönen	1,000	1,418		0,090	0,089	0,088	0,075					
N. Heidfeld	1,000	1,409			0,088	0,087			0,073	0,072		0,070
N. Rosberg	1,000	2,484							0,143		0,141	0,140
T. Sato	1,000	3,049										0,142
T. Monteiro	1,000	2,314									0,104	
J. Button	0,993	1,244	0,080		0,078	0,077	0,066	0,065	0,064		0,062	0,061
M. Schumacher	0,990	1,010	0,067	0,061	0,060	0,059	0,058	0,057		0,055		
J. Trulli	0,989	1,643				0,096		0,094	0,093		0,072	0,071
R. Barrichello	0,969	1,275				0,075	0,074	0,073	0,072	0,071		0,069
V. Liuzzi	0,966	1,656								0,076		0,074
C. Albers	0,953	2,428										0,108
M. Webber	0,946	2,626						0,152		0,150	0,149	0,148
F. Massa	0,939	1,065	0,070	0,064	0,063	0,062	0,061		0,059		0,057	
S. Speed	0,934	1,714									0,080	0,079
G. Fisichella	0,932	1,073	0,071		0,064	0,063	0,062	0,061		0,059		
R. Schumacher	0,928	1,749			0,104	0,103		0,101	0,100	0,099	0,098	
C. Klien	0,615	2,801								0,151		
J. Villeneuve	0,541	2,605						0,151	0,139	0,138		
P. de La Rosa	0,481	2,946		0,186			0,170		0,168	0,167		
J. P. Montoya	0,417	3,396		0,217	0,216	0,215	0,177	0,176				
R. Kubica	0,370	3,803			0,242						0,191	
S. Yamamoto	0,331	9,201										
F. Montagny	0,298	10,223										
R. Doornbos	0,257	6,694										
Y. Ide	0,153	19,958										

Os pilotos eficientes neste modelo foram David Coulthard, Fernando Alonso, Kimi Raikkone, nick Heidfeld, Nico Rosberg, Takuma Sato e Tiago Monteiro.

Os resultados obtidos mostram que este modelo é bastante benevolente com os pilotos que conseguiram completar uma maior quantidade de provas ou aqueles pilotos de equipes menores que conseguiram uma classificação melhor em alguma corrida.

Buscando equilibrar os resultados obtidos pelos dois modelos analisados, calculou-se a média geométrica das eficiências calculadas pelos modelos I e II, pois, desta forma, um piloto, para ter alta eficiência, deve tê-la alta nos dois modelos propostos.

Apresenta-se na tabela 6 uma comparação entre a classificação dos pilotos segundo a eficiência DEA calculada como descrito acima e a classificação oficial do campeonato.

Com estas variações dos modelos utilizados, alterando-se os *inputs* utilizados em cada modelo, nota-se uma menor variação entre a classificação oficial e a classificação encontrada pelo modelo, quando utilizado apenas o modelo I. Além disso, com as técnicas de restrições aos pesos, percebe-se um desempate nas eficiências calculadas, estabelecendo uma classificação sem necessidade de desempates.

Tabela 6 – Comparação entre as classificações DEA e Oficial

PILOTO	EFICIÊNCIA DEA Nº PARTICIPAÇÕES	EFICIÊNCIA DEA EFIC. EQUIPE	MÉDIA GEOMÉTRICA EFICIÊNCIA DEA	CLASSIFICAÇÃO DEA	CLASSIFICAÇÃO OFICIAL	DIFERENÇA
Fernando Alonso	1,0000	1,0000	1,0000	1	1	0
Michael Schumacher	0,9901	0,9901	0,9901	2	2	0
Felipe Massa	0,9615	0,9394	0,9504	3	3	0
Giancarlo Fisichella	0,9588	0,9321	0,9454	4	4	0
Nick Heidfeld	0,8492	1,0000	0,9215	5	9	4
Rubens Barrichello	0,8617	0,9687	0,9136	6	7	1
Jenson Button	0,8350	0,9931	0,9106	7	6	1
Vitantonio Liuzzi	0,7663	0,9661	0,8604	8	19	11
David Coulthard	0,7401	1,0000	0,8603	9	13	4
Kimi Räikkönen	0,7340	1,0000	0,8568	10	5	5
Jarno Trulli	0,7401	0,9886	0,8554	11	12	1
Scott Speed	0,7636	0,9339	0,8445	12		12
Tiago Monteiro	0,5979	1,0000	0,7732	13		13
Ralf Schumacher	0,6428	0,9285	0,7726	14	10	4
Takuma Sato	0,5440	1,0000	0,7375	15		15
Christijan Albers	0,5521	0,9530	0,7253	16		16
Nico Rosberg	0,5235	1,0000	0,7236	17	17	0
Pedro de La Rosa	0,8221	0,4812	0,6289	18	11	7
Mark Webber	0,4177	0,9462	0,6287	19	14	5
Jacques Villeneuve	0,6969	0,5407	0,6138	20	15	5
Christian Klien	0,5522	0,6147	0,5826	21	18	3
Robert Kubica	0,8821	0,3704	0,5717	22	16	6
Robert Doornbos	1,0000	0,2572	0,5072	23		23
Juan Pablo Montoya	0,5568	0,4174	0,4821	24	8	16
Sakon Yamamoto	0,4235	0,3313	0,3746	25		25
Franck Montagny	0,4231	0,2982	0,3552	26		26
Yuji Ide	0,2498	0,1528	0,1954	27		27

5. CONCLUSÕES

Nota-se que, com a classificação DEA, as quatro primeiras posições do campeonato permanecem inalteradas, mostrando que este modelo valoriza os pilotos de melhores desempenhos. Pode-se perceber também que o piloto Vitantonio Liuzzi foi quem obteve a melhor melhora na classificação com a utilização dos modelos DEA, fato justificado por ter conseguido completar 14 das 18 provas disputadas, conseguindo o 8º lugar como sua melhor classificação. O piloto Tiago Monteiro, que não conseguiu nenhuma classificação no campeonato por não ter pontuado em nenhuma prova, fica classificado em 13º na classificação DEA por ter completado 11 das 18 provas que participou.

Entretanto, existem ainda algumas distorções na classificação, o que sugere estudos mais aprofundados em relação à metodologia de introdução de restrições aos pesos nos modelos DEA clássicos.

6. REFERÊNCIAS

BARROS, C.P., LEACH, S. Performance evaluation of the English Premier Football League with data envelopment analysis. **Applied Economics,** v. 38 (12), pp. 1449-1458, 2006.

BRANCO DA SILVA, B.P., SOARES DE MELLO, J.C.C.B. **Modelo DEA Aplicado aos Resultados das Olimpíadas de Atenas 2004**, *Anais do VIII SPOLM*, Rio de Janeiro, 2005.

CALÔBA, G.M., LINS, M.P.E. Performance assessment of the soccer teams in Brazil using DEA. **Pesquisa Operacional**, 26 (3), pp. 521-536, 2006.

CHARNES, A., COOPER, W.W. & RHODES, E. Measuring the efficiency of decision-making units. **European Journal of Operational Research***,* v. 2, pp. 429-444, 1978.

CHURILOV, L., FLITMAN, A. Towards fair ranking of olympics achievements: The case of Sydney 2000. **Computers and Operations Research**, 33 (7), pp. 2057-2082, 2006.

DYSON, R. G. & THANASSOULIS E. Reducing weight flexibility in DEA. **Journal of the Operational Research Society**, 39, 1988.

GOMES JÚNIOR, S. F., SOARES DE MELLO, J. C. C. B., SOARES DE MELLO, M. H. C. **Modelo DEA com restrições cone ratio não arquimedianas aplicado na avaliação de pilotos no campeonato mundial de Fórmula 1**. *Anais do IX SPOLM,* Rio de Janeiro, 2006.

KLADROBA, A. Das aggregations problem bei der erstellung von rankings: Einige anmerkungen am beispiel der Formel 1 weltmeisterschaft 1998. **Jahrbucher fur Nationalokonomie und Statistik**, 220 (3), pp. 302-314, 2000.

LINS, M.P.E. & ANGULO-MEZA, L. ***Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão****.* Rio de Janeiro: Editora da COPPE/UFRJ, 2000.

LINS, M.P.E., GOMES, E.G., SOARES DE MELLO, J.C.C.B., SOARES DE MELLO, A.J.R. Olympic ranking based on a Zero Sum Gains DEA model. **European Journal of Operational Research,** 148 (2), pp. 85-95, 2003.

LOZANO, S., VILLA, G., GUERRERO, F., CORTÉS, P. Measuring the performance of nations at the Summer Olympics using data envelopment analysis. **Journal of the Operational Research Society**, 53 (5), pp. 501-511, 2002.

LOVELL, C. A. K.; PASTOR, J. T. Radial DEA Models Without Inputs or Without Outputs. **European Journal of Operational Research,** 118, pp. 46-51, 1999.

ROLL, Y. & GOLANY, B. Controlling factor weights in DEA. **IIE Transactions**, 23 (1), 2-9, 1991.

SOARES DE MELLO, J. C. C. B. **Modelos DEA de input unitário com aparente orientação a inputs**. *Anais do XXXVIII SBPO*, Goiânia, 2006.

SOARES DE MELLO, J.C.C.B., GOMES, L.F.A.M., GOMES, E.G., SOARES DE MELLO, M.H.C. Use of ordinal multi-criteria methods in the analysis of the Formula 1 world championship. ***Cadernos EBAPE.*** (2), 2005.

THOMPSON, R.G., LANGEMEIER, L.N., LEE, C.H., LEE, E., THRALL, R.M. **T**he role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas Farming. **Journal of Econometrics,** 46, pp. 93-108, 1990.

WONG. Y. & BEASLEY, J. Restricting Weight Flexibility in DEA. **Journal of Operational Research Society,** 41, pp. 829-835, 1990.

Using cone rattio non arquimedians weights restrictions in data envelopment analysis to evaluate drivers in the 2006 formula one championship

Silvio Figueiredo Gomes Júnior, silviofgj@gmail.com

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello, jcsmello@pq.cnpq.br

Universidade Federal Fluminense (UFF), Programa de Engenharia de Produção

Niterói, RJ, Brasil

*Received: November, 2007 / Accepted: December, 2007

ABSTRACT

This paper analyzes the results obtained by Formula One drivers using Data Envelopment Analysis DEA. The data are from the 2006 championship. Differently from the multicritéria ordinal method currently used to establish the classification of the competition, the method presented in this paper here takes in account all the results gotten for each driver. We believe that this method presents less distortions and manipulations possibilities when compared with the official method.

Keywords: DEA, restrictions to the weights, Formula One