

Desenvolvimento de uma ferramenta computacional para avaliação da eficiência técnica baseada em DEA

Douglas Fukunaga Surco, dfukunaga@onda.com.br

Volmir Eugênio Wilhelm, volmir@mat.ufpr.br

Universidade Federal de Paraná (UFPR), Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia
Curitiba, PR, Brasil

**Recebido: Janeiro, 2006 / Aceito: Abril, 2006*

RESUMO

Este trabalho descreve conceitos e modelos relacionados com o cálculo de índices de eficiência técnica e o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para avaliação da eficiência técnica e da produtividade baseada em DEA (Data Envelopment Analysis). Ao todo foram implementados 37 modelos, incluídos as medidas DEA Completas (medidas SBM e RAM) e o Índice de Malmquist para avaliação da produtividade. Pode ser obtida gratuitamente no site: <http://www.mat.ufpr.br/~volmir/DEA.html>

Palavras-Chave: DEA. Data Envelopment Analysis. Malmquist.

1. INTRODUÇÃO

Quando se discute o desempenho de uma empresa, é comum descrevê-la como sendo mais ou menos 'eficiente' ou mais ou menos 'produtiva' [Lovell, 1993, p.3]. A mensuração da eficiência técnica originou-se da definição de eficiência técnica de Koopmans e da medida desenvolvida por Debreu [Färe, Grosskopf, Lovell, 1994, p.7]. Segundo Koopmans [Lovell, 1993, p.10] uma organização é eficiente tecnicamente se e somente se um aumento em qualquer produto gerado pela organização requer a redução no nível de outro produto ou um aumento em pelo menos um insumo empregado; e se uma redução em qualquer insumo empregado por ela implica num aumento em pelo menos outro insumo ou a redução em pelo menos um produto. Em 1951 Debreu introduziu a primeira medida radial da eficiência técnica em termos de um "coeficiente de utilização dos recursos", definindo-a como sendo a unidade menos a máxima redução equiproporcional do consumo de todos os insumos observados tal que o produtor possa continuar a fabricar os mesmos produtos. Um índice igual à unidade indica que o produtor é eficiente tecnicamente; um índice menor que a unidade indica ineficiência técnica e que o consumo de todos os insumos pode ser reduzido na mesma proporção. Em 1957 Farrell desenvolveu um método de programação matemática não paramétrica e empregou a medida de Debreu para mensurar índices de ineficiência em fazendas agrícolas dos Estados Unidos.

A definição de Koopmans sugere a comparação dos níveis dos insumos e dos produtos praticados com os níveis ótimos [Lovell, 1993, p.4] de uma empresa. Por vários

anos o maior problema em se mensurar a eficiência técnica era a determinação dos níveis ótimos de uma empresa até que em 1978 Charnes, Cooper e Rhodes formularam a abordagem Data Envelopment Analysis - DEA para mensurar radialmente índices da eficiência técnica CCR. Com o auxílio de programação matemática não paramétrica, DEA gera uma envoltória dos planos de produção observados. Todos os planos de produção pertencentes a essa envoltória, que é a fronteira de produção, são eficientes tecnicamente e seus níveis de consumo e de produção são ótimos. Os índices da eficiência técnica associados aos demais planos de produção são os menores escalares positivos que contraem os consumos (ou os maiores escalares que expandem as produções) projetando os planos sobre planos *benchmarks*.

Após o desenvolvimento de DEA foram elaboradas outras medidas da eficiência técnica, como a medida radial de Banker, Charnes e Cooper - BCC [1984] e a medida radial de Deprins, Simar e Tulkens-DST [1984]. As medidas de CCR, BCC e DST diferenciam-se quanto à obtenção dos planos de produção *benchmarks* que constituem a envoltória. Na medida de CCR os *benchmarks* são gerados por combinações lineares positivas (e por isso é designada de *free disposal conical hull* - Tulkens [1993, p.2]); na medida radial de BCC as combinações lineares que geram os *benchmarks* são convexas (recebendo denominação de *convex free disposal hull* - Tulkens [1993, p.2]); na medida de DST os *benchmarks* são planos de produção observados na prática, portanto, a fronteira de produção é constituída unicamente por planos observados, recebendo a denominação de *free disposal hull*.

Dentre as medidas não-radiais está a categoria de medidas completas de eficiência técnica, que se caracterizam por possuírem duas propriedades (ser função escalar; avaliar eficiência Pareto-Koopmans) e atenderem a três critérios (utilizar algoritmos já existentes; ser de fácil manejo computacional; fornecer resultados de fácil interpretação no meio gerencial). Medidas completas de eficiência técnica têm sido apresentadas na literatura nos últimos anos. Uma delas merece especial atenção, pois ela permite ordenar os planos de operação observados de acordo com sua ineficiência técnicas. Tal medida é a Medida Ajustada por Amplitude (RAM), apresentada por Cooper, Park e Pastor (1999).

Na literatura e na Internet, existem vários aplicativos, gratuitos e pagos, destinados a usuários que desejam calcular índices de eficiência através de modelos DEA. Dentre esses pode-se destacar: o EMS 1.3 (*Efficiency Measurement System*); o Frontier Analyst versão 3. Professional Edition, desenvolvido por Banxia Software Ltd. Glasgow, Scotland; o aplicativo DEA-Solver Professional 4.1 desenvolvido pela Saitech Inc. New Jersey. U.S.A; e o OnFront 2, desenvolvida por EMQ (*Economical Productivity and Quality*), EMQ AB, Box 2134, S-220 02 Lund, Sweden.

2. NOTAÇÕES E TERMINOLOGIAS

Para o conjunto de dados de "D" DMUs (As organizações ou unidades de produção ou produtores a serem analisadas) com "P" produtos e "M" insumos, mostram-se os vetores e as matrizes geradas a partir dos dados que serão usados nos modelos.

A Tabela 1, apresentada a seguir, busca auxiliar o entendimento da terminologia e das notações adotadas no presente trabalho.

Tabela 1 - Conjunto de dados de "D" DMUs com "P" produtos e "M" insumos

	M insumos					P produtos				
	INS 1	...	INS m	...	INS M	PRO 1	...	PRO p	...	PRO P
DMUs	X₁	...	X_{B_m}	...	X_M	Y₁	...	Y_p	...	Y_P
<i>DMU 1</i>	X ₁₁	...	X _{1m}	...	X _{1M}	Y ₁₁	...	Y _{1p}	...	Y _{1P}
<i>DMU 2</i>	X ₂₁	...	X _{2m}	...	X _{2M}	Y ₂₁	...	Y _{2p}	...	Y _{2P}
...
<i>DMU d</i>	X _{d1}	...	X _{dm}	...	X _{dM}	Y _{d1}	...	Y _{dp}	...	Y _{dP}
...
<i>DMU D</i>	X _{D1}	...	X _{Dm}	...	X _{DM}	Y _{D1}	...	Y _{Dp}	...	Y _{DP}

onde:

x_{Dm} = quantidade do m-ésimo insumo utilizada pela D-ésima DMU;

$X_m = (x_{1m}, x_{2m}, \dots, x_{Dm})^T$, vetor coluna em relação ao insumo m;

$Y_p = (y_{1p}, y_{2p}, \dots, y_{Dp})^T$, vetor coluna em relação ao produto p;

$X_d = (x_{d1}, x_{d2}, \dots, x_{dM})$, vetor linha de insumos utilizada pela DMU d;

$Y_d = (y_{d1}, y_{d2}, \dots, y_{dP})$, vetor linha de produtos gerado pela DMU d;

X = Matriz de insumos;

Y = Matriz de produtos;

$v = (v_1, v_2, \dots, v_M)^T$ e $u = (u_1, u_2, \dots, u_P)^T$, vetor de preços virtuais;

$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_D)$, vetor referência;

$e_i = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$, vetor canônico;

u_p é o preço virtual (peso) do p-ésimo produto (u_p é escalar);

v_m é o preço virtual (peso) do m-ésimo insumo (v_m é escalar);

De acordo com o modelo inicialmente proposto por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, com orientação insumo, o índice de eficiência técnica (θ_o^{ic}) do o-ésimo produtor escrita é:

$$\begin{aligned}
 \theta_o^{ic} &= \max && uY_o && \text{(dual)} \\
 \text{sa.} &&& vX_o = 1 && \dots(\theta) \\
 &&& uY - vX \leq 0 && \dots(\lambda) \\
 &&& v \geq 0, u \geq 0 &&
 \end{aligned}$$

O PPL_o acima encontra-se na forma matricial. Usando índices têm-se:

$$\begin{aligned}
 \theta_o^{ic} &= \max && \sum_{p=1}^P u_p y_{op} \\
 \text{sa} &&& \sum_{m=1}^M v_m x_{om} = 1
 \end{aligned}$$

$$\sum_{p=1}^P u_p y_{dp} - \sum_{m=1}^M v_m x_{dm} \leq 0 \quad \text{para } d=1 \dots D$$

$$v_1 \geq 0, v_2 \geq 0, \dots, v_M \geq 0, u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, \dots, u_P \geq 0$$

e desenvolvendo-o:

$$\begin{aligned} \theta_o^{ic} = \max \quad & u_1 y_{o1} + u_2 y_{o2} + \dots + u_P y_{oP} \\ \text{sa} \quad & v_1 x_{o1} + v_2 x_{o2} + \dots + v_M x_{oM} = 1 \\ & u_1 y_{11} + \dots + u_P y_{1P} - v_1 x_{11} - \dots - v_M x_{1M} \leq 0 \\ & \dots \\ & u_1 y_{d1} + \dots + u_P y_{dP} - v_1 x_{d1} - \dots - v_M x_{dM} \leq 0 \\ & \dots \\ & u_1 y_{D1} + \dots + u_P y_{DP} - v_1 x_{D1} - \dots - v_M x_{DM} \leq 0 \\ & v_1 \geq 0, \dots, v_M \geq 0, u_1 \geq 0, \dots, u_P \geq 0 \end{aligned}$$

A forma Dual do problema de programação linear proposto por Charnes, Cooper e Rhodes para o cálculo do índice da eficiência técnica em forma matricial é:

$$\begin{aligned} (DPPL_o) \theta_o^{ic} = \min \quad & \theta_o \\ \text{sa} \quad & X_o \theta_o - \lambda X \geq 0 \\ & \lambda Y \geq Y_o \\ & \lambda \geq 0, \theta_o \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

e usando índices:

$$\begin{aligned} (DPPL_o) \theta_o^{ic} = \min \quad & \theta_o \\ \text{sa} \quad & x_{om} \theta_o - \sum_{d=1}^D \lambda_d x_{dm} \geq 0 \quad \dots (m = 1 \text{ a } M) \\ & \sum_{d=1}^D \lambda_d y_{dp} \geq y_{op} \quad \dots (p = 1 \text{ a } P) \\ & \lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \dots, \lambda_D \geq 0, \theta_o \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

e desenvolvendo-o têm-se:

$$\begin{aligned} (DPPL_o) \theta_o^{ic} = \min \quad & \theta_o \\ \text{sa} \quad & (x_{o1} \theta_o) - (\lambda_1 x_{11} + \lambda_2 x_{21} + \dots + \lambda_D x_{D1}) \geq 0 \\ & (x_{o2} \theta_o) - (\lambda_1 x_{12} + \lambda_2 x_{22} + \dots + \lambda_D x_{D2}) \geq 0 \\ & \dots \\ & (x_{oM} \theta_o) - (\lambda_1 x_{1M} + \lambda_2 x_{2M} + \dots + \lambda_D x_{DM}) \geq 0 \\ & \lambda_1 y_{11} + \lambda_2 y_{21} + \dots + \lambda_D y_{D1} \geq y_{o1} \\ & \lambda_1 y_{12} + \lambda_2 y_{22} + \dots + \lambda_D y_{D2} \geq y_{o2} \\ & \dots \end{aligned}$$

$$\lambda_1 y_{1P} + \lambda_2 y_{2P} + \dots + \lambda_D y_{DP} \geq y_{oP}$$

$$\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \dots, \lambda_D \geq 0, \theta_o \text{ irrestrito}$$

Nesse modelo os vetores X e Y são os vetores colunas de insumos e produtos respectivamente, X_o é o vetor linha dos insumos da o -ésima DMU.

Para que os dados de insumos e produtos sejam válidos, são colocados alguns critérios a seguir [Färe, Grosskopf, Lovell, 1994, p. 44]:

$$x_{dm} \geq 0, y_{dp} \geq 0$$

$$(i) \sum_{m=1}^M x_{dm} > 0, d = 1, \dots, D$$

$$(ii) \sum_{p=1}^P y_{dp} > 0, d = 1, \dots, D$$

$$(iii) \sum_{d=1}^D x_{dm} > 0, m = 1, \dots, M$$

$$(iv) \sum_{d=1}^D y_{dp} > 0, p = 1, \dots, P$$

De acordo com (i), cada DMU poderá usar quantidades não negativas de cada insumo para produzir quantidades não negativas de cada produto. As condições (ii) e (iii) requerem que cada DMU empregue pelo menos uma quantidade de um insumo para produzir pelo menos uma quantidade de um produto. As restrições (iv) e (v) requerem para o conjunto de DMUs que se usem pelo menos uma quantidade de cada insumo e pelo menos uma quantidade de cada produto.

O cálculo de índices de eficiência técnica envolve diferentes retornos de escala, diferentes fronteiras e diferentes orientações para projeção na fronteira. Além do mais, geralmente envolve o consumo de múltiplos insumos e a produção de múltiplos produtos.

A orientação indica se a avaliação da eficiência técnica ocorre em relação ao consumo (orientação insumo), ou em relação à produção (orientação produto), ou ainda em relação ao consumo e à produção simultaneamente (orientação insumo/produto).

Numa tecnologia que exhibe retornos constantes de escala, duplicar o consumo acarreta na duplicação da produção. No caso de exibir retornos não crescentes de escala, a duplicação do nível de consumo geralmente não leva à duplicação da produção, mas sim a um valor abaixo desse. Quando a tecnologia apresenta retornos não decrescentes de escala, na duplicação do consumo geralmente ocorre mais que uma duplicação da produção.

3. ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS – DEA

Consideremos D planos de produção observados, cada um transformando M insumos para produzir P produtos. Seja $Y_{D \times P}$ a matriz das quantidades dos produtos observados e $X_{D \times M}$ a matriz das quantidades dos insumos observados. O escalar $y_{dj} \in Y$ é a quantidade que a d -ésima DMU gerou do j -ésimo produto; $x_{di} \in X$ é a quantidade que a d -ésima DMU consumiu do i -ésimo insumo. Com a finalidade de mostrar as variáveis utilizadas, os resultados, variáveis duais mostra-se as medidas Orientação Insumo.

3.1 MEDIDAS ORIENTAÇÃO INSUMO.

No cálculo da eficiência técnica orientação insumo, a tecnologia está modelada pela correspondência insumo $Y \rightarrow C(Y)$. No cálculo o nível de produção Y_o observado será mantido inalterado e os recursos serão reduzidos até a Fronteira de Produção de $C(Y_o)$ ou na Fronteira de Eficiência de $C(Y_o)$. O índice de eficiência técnica orientação insumo, é dado pelo seguinte problema de programação linear-PPL: (θ_o^I indica o índice de eficiência da o-ésima DMU com orientação insumo)

$$EFC_I(X_o, Y_o) = \min \quad \theta_o^I - \varepsilon \left(\sum_{m=1}^M s_m^- + \sum_{p=1}^P s_p^+ \right)$$

$$\text{sa} \quad x_{om} \theta_o^I - \sum_{d=1}^D \lambda_d x_{dm} - s_m^- = 0, \quad m=1 \dots M$$

$$\sum_{d=1}^D \lambda_d y_{dp} - s_p^+ = y_{op}, \quad p=1, \dots, P \quad (\text{modelo 1})$$

$$\sum_{d=1}^D \lambda_d = K$$

$$s_m^-, s_p^+ \geq 0, \quad m=1, \dots, M, p=1, \dots, P$$

$$\theta_o^I \text{ livre}, \lambda_d \geq 0 \quad d=1, \dots, D$$

onde a restrição $\sum_{d=1}^D \lambda_d = K$ caracteriza diferentes retornos de escala, que impõe a condição de convexidade em que as DMUs podem ser combinadas e ε indica se a contração é feita até a fronteira de produção ($\varepsilon=0$), ou se a contração é feita até a fronteira de eficiência ($\varepsilon>0$). As variáveis s_m^- e s_p^+ são denominadas de “variáveis de folga”.

Quando for tomado $\varepsilon=0$ tem-se uma medida que será denominada, neste texto, de **Medida Radial Orientação Insumo da Eficiência Técnica**. Tomando $\varepsilon>0$ então a medida será denominada de **Medida Não Radial Orientação Insumo da Eficiência Técnica**.

Em relação à restrição $\sum_{d=1}^D \lambda_d = K$ têm-se

- Se $K = \text{livre}$, então o modelo é de retornos constantes de escala;
- Se $K \geq 1$, então o modelo é de retornos não decrescentes de escala;
- Se $K = 1$ então o modelo é de retornos variáveis de escala;
- Se $K \leq 1$ então o modelo é de retornos não crescentes de escala;
- Se essa restrição assumir a forma $\sum_{d=1}^D \lambda_d = 1, \lambda_d = \{0,1\}$, então o modelo é o FDH (*Free Disposal Hull*). Nesse caso a região de viabilidade não é convexa.

Considerando $\varepsilon = 0$, o modelo acima mede a eficiência de X_o na produção de Y_o em relação a fronteira de produção. Nesse caso um produtor é considerado eficiente se $\theta'_o = 1$. Se $\varepsilon > 0$, então as medidas DEA correspondentes medem a eficiência de X_o em relação à fronteira de eficiência, e nesse caso o produtor é eficiente tecnicamente se $\theta'_o = 1$ e $s_i^- = s_j^+ = 0$.

A projeção (\hat{X}_o, \hat{Y}_o) da o -ésima DMU sobre a fronteira de produção é dada por

$$\begin{cases} \hat{x}_{om} = x_{om} \cdot EFC_l(X_o, Y_o), m = 1, \dots, M \\ \hat{y}_{op} = y_{op}, p = 1, \dots, P \end{cases}$$

A projeção sobre a fronteira de eficiência é dada por

$$\begin{cases} \hat{x}_{om} = x_{om} \cdot EFC_l(X_o, Y_o) - s_m^-, m = 1, \dots, M \\ \hat{y}_{op} = y_{op} + s_p^+, p = 1, \dots, P \end{cases}$$

Deve-se atentar ao seguinte: se $\varepsilon = 0$, então a projeção poderá não resultar em um plano de produção eficiente tecnicamente segundo a definição de Koopmans.

O valor de θ'_o (eficiência técnica) está no intervalo $(0, 1]$ (pois $\bar{0} \notin C(Y_o)$) e atinge o limite superior se e somente se X_o pertence à fronteira de produção de $C(Y_o)$. O índice calculado através do PPL acima é independente das unidades de medida adotadas, ou seja, trocar horas trabalhadas por minutos trabalhados não afeta o índice de eficiência [Färe, Krosskopf e Lovell, 1994, p.64].

A projeção orientação insumo considerando retornos constantes de escala encontra-se ilustrada na figura 1. No gráfico (a) têm-se $P = m = 1$ e no segundo $m=2$.

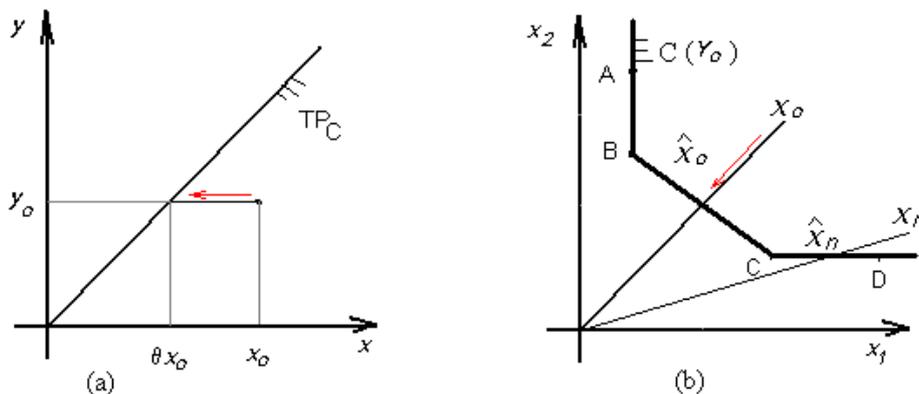


Figura 1 - Medida da eficiência técnica orientação insumo considerando retornos constantes de escala

Na figura 1(b), a fronteira de produção é igual a $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD}$ e a fronteira de eficiência é o segmento \overline{BC} . Observa-se que o plano de produção X_o foi projetado sobre a fronteira de produção ($\varepsilon = 0$) e sobre a fronteira de eficiência ($\varepsilon > 0$). Entretanto, X_n foi projetado sobre o ponto \hat{X}_n quando $\varepsilon = 0$ e foi projetado sobre o ponto C quando considerado $\varepsilon > 0$.

Outros modelos DEA bastante empregados na literatura e que são derivados do modelo CCR são os que envolvem o dual do problema de programação linear - PPL acima (modelo 1). O dual do modelo 1 é:

$$\begin{aligned}
 EFC_i(X_o, Y_o) = \text{Max} \quad & \sum_{p=1}^P u_p y_{op} - \Phi \\
 \text{sa} \quad & \sum_{m=1}^M v_m x_{om} = 1 \\
 & \sum_{p=1}^P u_p y_{dp} - \sum_{m=1}^M v_m x_{dm} - \Phi \leq 0, d = 1, \dots, D \quad (\text{modelo 2}) \\
 & v_m, u_p \geq \varepsilon \quad m=1, \dots, M \quad p=1, \dots, P \\
 & \text{"}\Phi \text{ condição"}
 \end{aligned}$$

Se a restrição “ Φ condição” assumir a forma:

- $\Phi=0$, então o modelo é de retornos constantes de escala;
- $\Phi \leq 0$, então o modelo é de retornos não decrescentes de escala;
- “ Φ livre”, então o modelo é de retornos variáveis de escala;
- $\Phi \geq 0$, então o modelo é de retornos não crescentes de escala.

As variáveis v_i e u_j são denominadas de pesos, ou preços, ou multiplicadores. Se $\varepsilon=0$, então alguns pesos podem ser nulos para uma determinada DMU, indicando que o fator de produção correspondente a este peso não têm importância para ela. Desse modo, impondo não-negatividade aos pesos ($v_i > 0$ e $u_j > 0$), então as DMUs são “obrigadas” a considerarem importância mínima a todos os fatores de produção (ou seja, a todos os insumos e produtos).

Neste grupo incluem-se os modelos com restrição a os pesos e variáveis incontroláveis.

Analogamente pode-se descrever medidas com orientação produto e insumo/produto.

4. APLICATIVOS DEA

No mercado internacional existem sistemas aplicados ao DEA. Entre os aplicativos pesquisados tem-se:

4.1 EMS 1.3 (EFFICIENCY MEASUREMENT SYSTEM)

Desenvolvido por H. Scheel. University of Dortmund. Germany. Este aplicativo (versão *freeware*) pode ser obtido no site <http://www.wiso.uni-dortmund.de/>. EMS é para Windows 9x/NT aplicado ao DEA. A biblioteca usada para resolver os problemas de programação linear é *bpmpd.dll*, BPMPD 2.11, desenvolvida por Csaba Mészáros e que pode ser obtido no site: <http://www.netlib.org>.

As dimensões das análises são limitadas pela memória do PC. Não há teoricamente limitação do número de DMUs, insumos e produtos, embora o código não seja aperfeiçoado para quantidades grandes de dados. O autor afirma ter analisado mais de 5000 DMUs e aproximadamente 40 insumos e produtos.

A entrada e de dados e os resultados são executados através do MS Excel 97 ou através de um editor de texto.

4.2 FRONTIER ANALYST

Frontier Analyst versão 3. Professional Edition é um produto da Banxia Aplicativo Ltd. Glasgow. Scotland. Há informações detalhadas sobre o aplicativo no site <http://www.banxia.com/>. Pode-se obter uma versão demo com limitações a 12 DMUs. O programa oferece um ambiente fácil de manipulação de dados, com menus e gráficos apropriados.

4.3 DEA-SOLVER PROFESSIONAL 4.1

DEA-Solver Professional 4.1 foi desenvolvido pela Saitech Inc. New Jersey. U.S.A. Uma versão *learning* acompanha o livro de autores Cooper, Seiford e Tone [2000]. Maiores informes podem ser obtidas no site <http://www.saitech-inc.com/>.

A versão *learning* foi desenvolvido em VBA de Ms Excel, permitindo analisar até 50 DMUs e 7 modelos, tais como: CCR-I, CCR-O, BCC-I, BCC-O, AR-I-C, NCN-I-C, COST-C.

4.4 ONFRONT 2

O aplicativo OnFront 2 foi desenvolvido por EMQ (Economical Productivity and Quality), EMQ AB, Box 2134, S-220 02 Lund, Sweden. E-Mail: emq@emq.com. No site da empresa pode-se obter uma versão demo limitada. Este programa tem a participação dos professores de economia Rolf Färe e Shawna Grosskopf, conhecidos pelo livro publicado "Production Frontiers". Neste programa podem ser aplicados modelos orientação insumo, orientação produto, com retornos constantes, variáveis e não crescentes de escala, assim como o índice de Malmquist, a decomposição de eficiência etc.

Os custos dos programas variam de acordo com a quantidade de variáveis a usar. Para a aquisição do aplicativo Frontier Analyst® da Banxia com limitação de 75 DMUs tem-se um custo de aproximadamente US\$703.00 e para uso ilimitado de DMUs de US\$3.370.00

4.5 DEA-SAED: SOFTWARE DE ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS

O *software* DEA-SEAD V1.0, é uma ferramenta para avaliação da eficiência técnica e de produtividade baseada em DEA. O programa computacional possui interface amigável e uma grande gama de modelos DEA, e apresenta os resultados com considerável nível de detalhamento.

DEA-SEAD foi implementado na linguagem Microsoft Visual Basic 6.0 e usa a tecnologia *Dynamic Link Library* (Biblioteca de Ligação Dinâmica), ou DLL: Esta DLL, denominada de *lpsolve.dll* (*Lp_Solve*), é ferramenta essencial no aplicativo para resolução dos problemas de programação matemática associados aos modelos DEA.

A comunicação entre o DEA-SAED e *Lp_solve* é feita da seguinte forma: DEA-SAED escreve (num arquivo) o problema de programação linear (PPL) de acordo com o modelo DEA escolhido; a DLL *Lp_solve* lê o problema e o resolve; os resultados são armazenados em variáveis e gravados na memória, o programa lê os resultados, analisa e mostra os resultados na tela, aproveitando-os para executar algumas funções ligadas ao problema.

Tabela 2 - Resumo das observações de alguns aplicativos DEA

Item	Características	EMS	BANXIA	EMQ	DEA SOLVER	DEA SAED
1	Manipulação direta de dados	não	sim	sim	não	sim
2	Ambiente amigável	não	sim	sim	sim	sim
3	Análise visual	sim	sim	sim	sim	sim

4	Modelo radial	sim	sim	sim	sim	sim
5	Modelo não radial	sim	sim	sim	sim	sim
6	Modelo SBM	sim	não	não	sim	sim
7	Modelo RAM	não	não	não	não	sim
8	Variáveis não controláveis	não	sim	não	sim	sim
9	Restrição a os pesos	sim	sim	sim	sim	sim
10	Malmquist	sim	não	sim	sim	sim
11	Impressão de resultados	não	sim	sim	sim	sim
12	Gráficos	não	sim	não	sim	sim
13	Projeção das DMUS	não	sim	não	sim	sim
14	Referência cruzada	não	sim	não	não	sim
15	Ranqueamento	não	não	não	sim	sim
16	Modelo aditivo	sim	não	não	sim	sim
17	Freeware	sim	não	não	não	sim
18	Custo em US\$	mínimo	-	703 3.370	450	800
		máximo			1.750	1.600
						gratuito

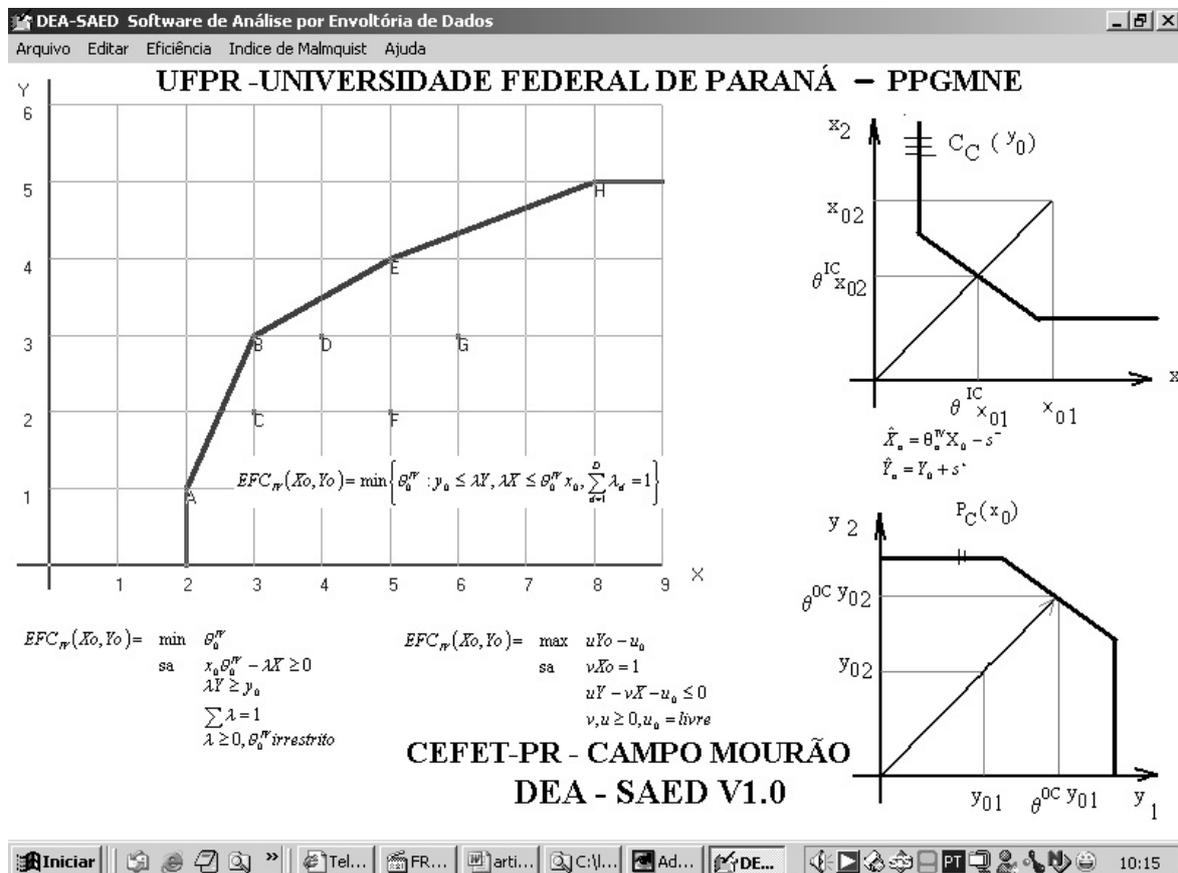


Figura 2 – Tela principal do programa DEA-SAED

4.5.1 A BIBLIOTECA LP_SOLVE

A biblioteca de livre distribuição Lp_solve foi escrita em ANSI C por Michel Berkelaar. Michel afirma ter resolvido problemas com aproximadamente 30.000 variáveis e 50.000 restrições. A manutenção e a adaptação para diversas plataformas do Lp_solve são realizadas por Peter Notebaert [peno@mailme.org], conjuntamente com Kjell Eikland [kjell.eikland@broadpark.no]. A última versão pode ser acessada no site http://groups.yahoo.com/group/lp_solve/files/, sendo necessário, para isso, tornar-se membro do fórum de discussões do Yahoo. Maiores informações podem ser obtidas no site

http://groups.yahoo.com/group/lp_solve. A figura 3 apresenta o diagrama de fluxo do programa DEA-SAED

Além do Lp_solve, há outras bibliotecas e aplicativos com a finalidade de resolver problemas de programação matemática, tais como:

a) GLPK (*freeware* - versão 4.2)

homepage: <http://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html>.

b) BPMPD (versão 2.21, Liberado para o público com restrições)

homepage: <http://www.sztaki.hu/~meszaros/bpmpd>.

c) Lindo API da Lindo systems Inc, liberado para o público com restrições (300 variáveis e 150 restrições.) *homepage*: [<http://www.lindo.com>]

A biblioteca *lpsolve.dll* pode ser utilizada em diferentes linguagens de programação, tais como *Visual Basic*, *Delphi*, *Vb.net*, *Visual C*, *linguagem C*, *Linux*, etc. O formato de entrada é chamado *lp-format* ou *Mps-format*.

A comunicação do programa principal (DEA-SAED) com o Lp_solve é feita através de um arquivo texto com extensão LP, por exemplo, *Test1.lp*. O arquivo, deve ser gravado seguindo um padrão preestabelecido, padrão este denominado na literatura de *lp-format*. Portanto, o arquivo tipo LP contém gravado o problema de programação matemática-PPM associado ao modelo DEA selecionado pelo usuário.

A seguir serão detalhados os procedimentos de entrada dos dados, os modelos DEA disponíveis em DEA-SAED e as opções de análise dos resultados.

4.5.3 MODELOS DEA IMPLEMENTADOS EM DEA-SAED

DEA-SAED possui uma gama variada de modelos DEA para avaliação da eficiência técnica. Para avaliação da produtividade, DEA-SAED conta com o Índice de Malmquist orientação insumo e orientação produto. Os modelos para avaliação da eficiência técnica são:

a) Projeção orientação insumo na fronteira de produção (MODELOS RADIAIS)

- Retornos constantes de escala (RCE)
- Retornos variáveis de escala (RVE)
- Retornos não crescentes de escala (RNCE)
- Retornos não decrescentes de escala (RNDE)
- RCE com restrições aos pesos
- RCE com variáveis incontroláveis

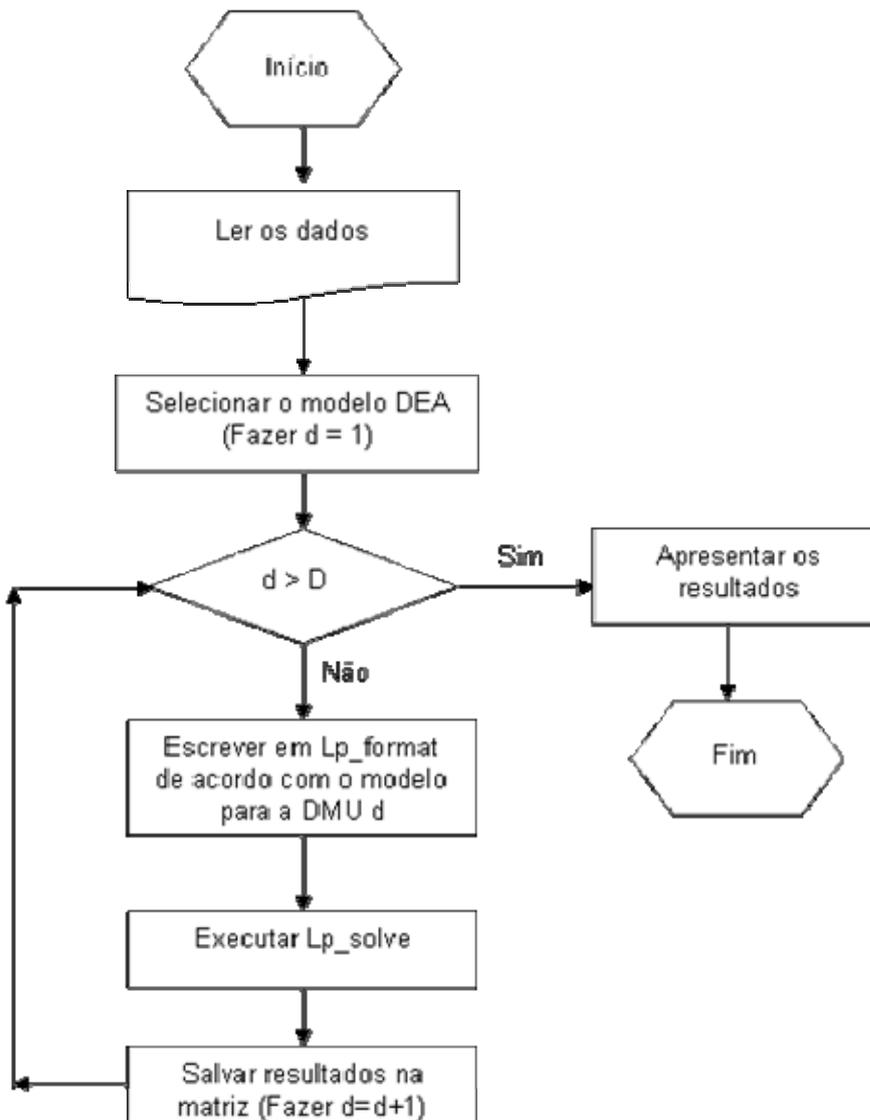


Figura 3 - Diagrama de fluxo do processamento e comunicação entre Visual Basic e Lp_solve (D é o número de DMUs)

b) Projeção orientação produto na fronteira de produção (MODELOS RADIAIS)

- RCE
- RVE
- RNCE
- RNDE
- RCE com restrições aos pesos
- RCE com variáveis incontroláveis

c) Projeção orientação insumo na fronteira de eficiência (MODELOS NÃO RADIAIS)

- Modelo RCE com epsilon e o modelo Duas Fases
- Modelo RVE com epsilon e o modelo Duas Fases
- Modelo RNCE com epsilon e o modelo Duas Fases

- Modelo RNDE com epsilon e o modelo Duas Fases
- Modelo *Free Disposal Hull*-FDH
- d) Projeção orientação produto na fronteira de eficiência (MODELOS NÃO RADIAIS)
 - Modelo RCE com epsilon e o modelo Duas Fases
 - Modelo RVE com epsilon e o modelo Duas Fases
 - Modelo RNCE com epsilon e o modelo Duas Fases
 - Modelo RNDE com epsilon e o modelo Duas Fases
- Modelo *Free Disposal Hull*-FDH
- e) Projeção orientação insumo/produto na fronteira de eficiência (MODELOS NÃO RADIAIS)
 - Modelo Aditivo
 - Modelo *SBM-Slack Based Measure*
 - Modelo *RAM-Range Adjusted Measure*

Informadas as quantidades de DMUs, dos insumos e dos produtos, o usuário deverá selecionar o modelo DEA para proceder à avaliação da eficiência técnica. Isto deverá ser feito a partir do menu “Eficiência”

Para a avaliação da produtividade tem-se o Índice de Malmquist tanto para orientação insumo como para produto.

Se o usuário desejar, pode exportá-los, gravando-os num arquivo tipo texto. Há também a opção de exportar todos os resultados para serem manipulados no Excel (com extensão XLS).

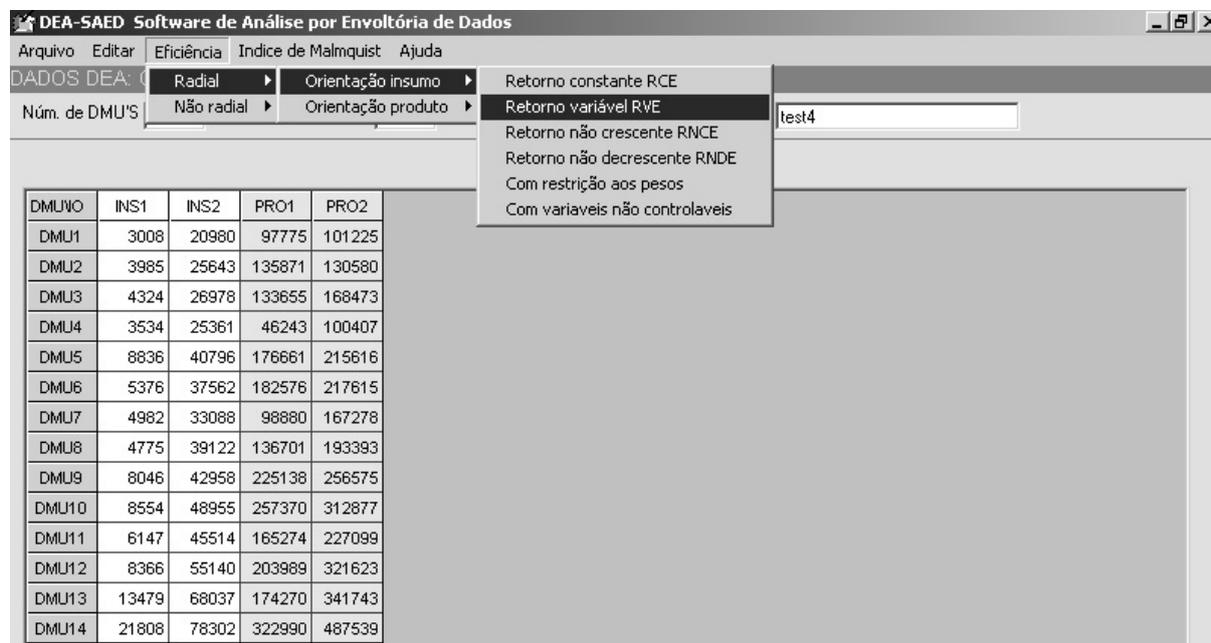


Figura 4 – Opções de menu de opções do programa DEA-SAED

4.5.4 OPÇÕES DE MENU DISPONÍVEIS NO DEA-SAED PARA ANÁLISE DE RESULTADOS.

DEA-SAED v1.0 tem as seguintes funções para análise dos resultados: Ordenamento, referência cruzada, projeção, gráficos.

a) Ordenamento

Depois de calculadas as eficiências das DMUS, a ferramenta apresenta a classificação das mesmas tendo como critério a eficiência em ordem crescente de eficiência. Ou seja, no ordenamento feito por DEA-SAED a primeira DMU é a mais eficiente e a última da lista a mais ineficiente.

b) Referência Cruzada

Os pesos ótimos têm sido uma das grandes vantagens da Análise de Envoltória de Dados - DEA para a identificação de DMUS eficientes e ineficientes. É uma maneira de evitar as particularidades das DMUS, sem conhecimento prévio da importância relativa de cada variável, é utilizar a Avaliação Cruzada (*Cross Evaluation*). Desenvolvida por Sexton *et al.* [1986 in Lins, M.P.E., Meza, L. A, 2000, p.55] tem como idéia principal utilizar DEA em uma avaliação do conjunto (*peer-evaluation* ou *peer-appraisal*) ao invés de uma auto-avaliação (*self-evaluation* ou *self-appraisal*), a qual é calculada pelos modelos DEA padrão.

A avaliação em conjunto significa que uma DMU é avaliada usando os pesos ótimos das outras DMUs. Ou seja, a eficiência cruzada de uma dada DMU é a média das eficiências desta usando os pesos ótimos das demais DMUs. Os pesos usados no cálculo dos índices de eficiência cruzada em DEA-SAED V1.0, são do modelo RCE orientação insumo ou produto. Este índice é denominado por Lins e Meza [Lins, Meza, 2000, p.66], de eficiência padrão.

A avaliação usando os pesos das outras DMUs (índice de eficiência cruzada) é ligeiramente menor (ou igual) do que o índice de eficiência usando os próprios pesos.

d) Projeção

DEA-SAED, após calcular as eficiências, apresenta a opção de visualizar as projeções das DMUS na fronteira de produção (ou na fronteira de eficiência) dependendo do modelo DEA escolhido. Deste modo há uma “explicação” da ineficiência mostrando as quantidades das reduções dos insumos e das expansões dos produtos. Também são mostradas as referências (*benchmarks*).

d) Gráficos

DEA-SAED fornece diferentes opções para visualizar as fronteiras de produção e as fronteiras de eficiência considerando somente dois insumos e um produto ou somente dois produtos e um insumo. Também podem ser visualizados gráficos, considerando diferentes retornos de escala, desde que as tecnologias de produção usem um insumo e um produto.

5. CONCLUSÕES

As conclusões pertinentes ao trabalho são:

- Nas aplicações do programa DEA-SAED os resultados numéricos foram iguais aos obtidos via outros aplicativos (EMS, DEA SOLVER, ONFRONT, GAMS, LINGO, MATLAB, EXCEL, QM)
- Os tempos de processamento em DEA-SAED são consideravelmente baixos.
- A biblioteca Lp_solve apresentou-se uma ferramenta poderosa para a resolução de problemas de programação linear tanto com variáveis contínuas como variáveis binárias.
- A manipulação dos dados e a análise dos resultados finais em DEA-SAED é consideravelmente simplificada em relação a todos os aplicativos utilizados para comparar os resultados (EMS, DEA SOLVER, ONFRONT, GAMS, LINGO, MATLAB, EXCEL, QM).
- Não há custo ao usuário que deseja utilizar DEA-SAED para proceder avaliações da eficiência técnica e de produtividade.

- <http://www.mat.ufpr.br/~volmir/DEA.html> é o site onde DEA-SAED pode ser obtido gratuitamente.
- Visual Basic e Lp_solve podem ser combinados para abordar diferentes problemas específicos de programação matemática.
- Em DEA-SAED não há limitação do número de DMUs, insumos ou produtos. O mesmo ocorre com a biblioteca Lp_solve.
- uso de DEA-SAED para grandes quantidades de DMUs e de insumos e de produtos depende única e exclusivamente do desempenho do computador.

6. REFERÊNCIAS

COOPER, W. W.; SEIFORD L.M. TONE K. **Data Envelopment Analysis, A comprehensive Text with Models, Applications, References and Dea-Solver Software.** Massachusetts: Kluwer Academic Publisher, 2 ed. 2002.

FARREL, M. J. The Measurement of Productive Efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society.** Séries A, 120, part 3, 1957, p. 253-281.

FÄRE R., GROSSKOPF S., LOVELL K. **Production Frontiers.** New York, USA: Cambridge University Press. 1994.

FUKUNAGA, S. D. **Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional para Avaliação da Eficiência Técnica Baseada em DEA.** Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia), UFPR, Curitiba, 2004.

LINS, E.P.M; MEZA, A. L. **Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente do Apoio à Decisão.** Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ-RJ. 2000.

TULKENS, H. **Efficiency Dominance Analysis: A Frontier Free Efficiency Evaluation Method.** In: Third European Workshop on Efficiency and Productivity Measurement. 1993. Anais...Louvain-la-Neuve: Center for Operations Research and Econometrics (CORE), Univesité Catholique de Louvain, 21-23, 1993.

WILHELM, V.E. **Análise da Eficiência Técnica em Ambiente Difuso.** Tese (Doutorado em Engenharia de Produção), UFSC, Florianópolis. 2000.

DEVELOPMENT OF A COMPUTATIONAL TOOL FOR EVALUATING TECHNICAL EFFICIENCY BASED ON DEA

Douglas Fukunaga Surco, dfukunaga@onda.com.br

Volmir Eugênio Wilhelm, volmir@mat.ufpr.br

Universidade Federal de Paraná (UFPR), Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia
Curitiba, PR, Brasil

**Received: January, 2006 / Accepted: April, 2006*

ABSTRACT

This work describes concepts and models related with the calculation of indexes of technical efficiency and the development of a computational tool for evaluation of the technical efficiency and of the productivity based on DEA (Data Envelopment Analysis). To the all 37 models were implemented, included the measures Complete DEA (measured SBM and RAM) and the Index of Malmquist for evaluation of the productivity. It can be obtained gratuitously in the site: <http://www.mat.ufpr.br/~volmir/DEA.html>

Keywords: *DEA. Data Envelopment Analysis. Malmquist.*